**Imajiner: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika**
ISSN (Online): 2685-3892
Vol. 4, No. 2, Maret 2022, Hal. 183-193
Available Online at journal.upgris.ac.id/index.php/imajiner

# Rekonstruksi Langkah Penyelesaian Pertidaksamaan Kuadrat Berbantuan Aljabar

**Hanif Abdul Karim Afandi[1], Muhammad Akmal Fathin[2], Dzulfiqar Satria Waliyuddin[3]**
[1,2]Madrasah Aliyah Miftahunnajah, Indonesia
[3]Universitas Ahmad Dahlan, Indonesia
[3]dzulfiqar2008050027@webmail.uad.ac.id

**ABSTRAK**

Kesulitan siswa dalam menyelesaikan permasalahan pertidaksamaan kuadrat salah satunya disebabkan oleh miskonsepsi dalam mengaplikasikan langkah-langkah penyelesaian. Hal tersebut dapat dilihat dari kesalahan-kesalahan yang ditunjukan oleh siswa ketika menyelesaikan permasalahan pertidaksamaan kuadrat dengan menggunakan langkah-langkah penyelesaian yang dicontohkan oleh text book atau modul belajar siswa. Definisi umum dari langkah-langkah penyelesaian adalah urutan langkah-langkah logis untuk memecahkan penyelesaian dari suatu masalah yang disusun secara sistematis dan logis. Oleh karena itu, kesulitan-kesulitan siswa dalam mengerjakan soal pertidaksamaan kuadrat dapat diatasi dengan langkah sistematis dan jelas. Penelitian ini dilakukan untuk merekonstruksi ulang langkah-langkah penyelesaian pertidaksamaan kuadrat. Proses penyusunan ulang dilakukan berdasarkan studi literatur yang dilakukan oleh peneliti. Selanjutnya berdasarkan informas-informasi yang diperoleh, peneliti merekonstruksi ulang langkah penyelesaian pertidaksamaan kuadrat sehingga diperoleh langkah-langkah yang sistematis dan logis.

**Kata Kunci:** pertidaksamaan kuadrat, langkah-langkah penyelesaian, matematika.

**ABSTRACT**

One of the difficulties of students in solving quadratic inequality problems is caused by misconceptions in applying the completion steps. This can be seen from the errors shown by students when solving quadratic inequality problems using the completion steps exemplified by text books or student learning modules. The general definition of the steps of completion is a sequence of logical steps to solve the solution of a problem that is arranged systematically and logically. Therefore, students' difficulties in working on quadratic inequalities can be overcome with systematic and clear steps. This research was conducted to reconstruct the steps of solving quadratic inequalities. The rearrangement process was carried out based on a literature study conducted by researchers. Furthermore, based on the information obtained, the researchers reconstructed the steps for solving quadratic inequalities in order to obtain systematic and logical steps.
**Keywords**: quadratic inequality, solving steps, mathematics.

## PENDAHULUAN

Matematika adalah sarana pendukung dalam berbagai segi kehidupan. Matematika juga merupakan salah satu objek yang penting dalam kemajuan teknologi komunikasi dan informasi hingga saat ini (Rahayu, 2019). Contoh penerapan matematika pada ilmu pengetahuan lain dapat dilihat pada dua contoh kasus berikut.

Kasus 1 : Penggunaan Matematika di Bidang Fisika

Dua buah bola diluncurkan secara berurutan. Kedua bola tersebut mengalami perlambatan berturut-turut 3 $m/s2$ dan 2 $m/s2$. Jika kecepatan awal bola kedua dua kali kecepatan bola pertama dan selisih waktu peluncuran antara bola pertama dan kedua adalah 1 $second$, Dicari rentang waktu ketika posisi bola kedua berada di depan bola pertama (Soal Ulangan Harian SMA MIPA Kelas 10).

Jika $St1$ merupakan jarak yang telah ditempuh oleh bola pertama dan $St2$ merupakan jarak yang telah ditempuh oleh bola kedua, maka rentang waktu ketika posisi bola kedua berada di depan bola pertama dapat dicari dengan menyelesaikan pertidaksamaan $S_{t1} < S_{t2}$ dengan

$$S_{ti} = v_{0i} - \frac{1}{2}a_i t_i^2$$

Keterangan :
$S_{ti}$ : jarak yang telah ditempuh oleh bola ke-$i$
$v_{0i}$ : kecepatan awal bola ke-$i$
$a_i$ : waktu yang telah ditempuh oleh bola ke-$i$
Diperoleh

$$S_{t1} < S_{t2}$$
$$\Rightarrow v_{01}t_1 - \frac{1}{2}a_1 t_1^2 < v_{02} - \frac{1}{2}a_2 t_2^2 \dots (1)$$

Karena $v_{02} = 2v_{01}$ serta $a_1 = 3$ dan $a_2 = 2$, maka diperoleh persamaan (1) dapat diubah menjadi

$$v_{01}t_1 - \frac{3}{2}t_1^2 < 2v_{01}t_2 - t_2^2$$

Karena selisih waktu peluncuran antara bola pertama dan kedua adalah 1 $second$, maka dapat dipandang $t_2 = t_1 + 1$ sehingga diperoleh pertidaksamaan

$$v_{01}t_1 - \frac{3}{2}t_1^2 < 2v_{01}(t_1 + 1) - (t_1 + 1)^2$$
$$\Rightarrow t_1^2 + (2v_{01} - 4)t_1 + 4v_{01} - 2 > 0 \dots (2)$$

Berdasarkan pada penjabaran tersebut, maka untuk menemukan rentang waktu yang dimaksud siswa hanya perlu menyelesaikan pertidaksamaan (2).

Kasus 2 : Penggunaan Matematika di Bidang Ekonomi

Diketahui fungsi permintaan sebuah produk di wilayah tertentu memenuhi persamaan permintaan $Q_d$ =1.600.000 − $P^2$ dan fungsi penawarannya memenuhi persamaan $Q_s$ = −800.000 + 2$P^2$, dengan $Q_d$ adalah jumlah permintaan, $Q_S$ adalah jumlah penawaran dan $P$ adalah harga barang. Dicari rentang harga yang dapat mengakibatkan jumlah permintaan lebih sedikit dari pada *(Soal Ulangan Harian SMA Soshum Kelas 10)*

Jumlah permintaan akan lebih sedikit dari pada jumlah penawaran akan dipenuhi jika $Q_d$ < $Q_S$. Dengan demikian dapat diperoleh

$$Q_d < Q_S$$
$$\Rightarrow 1.600.000 - P^2 < -800.000 + 2P^2$$
$$\Rightarrow P^2 - 2.400.000 > 0 \dots (3)$$

Analog dengan kesimpulan pada kasus pertama, maka untuk menyelesaikan permasalahan pada kasuskedua siswa hanya perlu mencari nilai $P$ pada pertidaksamaan (3).

Jika kita lihat pada penjabaran kasus pertama dan kasus kedua di atas, maka dapat kita peroleh bahwa pertidaksamaan (2) dan pertidaksamaan (3) di dalam ilmu matematika disebut sebagai pertidaksamaan kuadrat. Teknik atau langkah-langkah penyelesaian pertidaksamaan kuadrat umumnya diajarkan pada siswa kelas 10 jenjang sekolah menengah atas. Akan tetapi pada dinamika pembelajarannya, beberapa penelitian menunjukan bahwa masih banyak siswa yang mengalami kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan tersebut. Salah satunya adalah penelitian Wahyuli (Hasbi, 2018) yang dilaksanakan di SMK 45 Wonosari pada tahun 2011. Dalam penelitiannya, Wahyuli menyatakan bahwa materi pertidaksamaan kuadrat termasuk materi yang sulit bagi siswa-siswi SMK 45 Wonosari.

Kesulitan siswa dalam menyelesaikan permasalahan pertidaksamaan kuadrat salah satunya disebabkan karena miskonsepsi dalam mengaplikasikan langkah-langkah penyelesaian (Fitriyani, 2009). Hal tersebut dapat dilihat dari kesalahan-kesalahan yang ditunjukan oleh siswa ketika menyelesaikan permasalahan pertidaksamaan kuadrat dengan menggunakan langkah-langkah penyelesaian yang dicontohkan oleh text book atau modul belajar siswa. Tamba (2020) dalam penelitiannya pada salah satu sekolah menengah atas di Bandung menemukan fakta bahwa salah satu kesalahan yang sering dilakukan saat menyelesaikan permasalahan pertidaksamaan kuadrat adalah siswa terpaku pada penentuan pembuat nol sebagai langkah awal dalam menyelesaikan pertidaksamaan kuadrat. Padahal tidak semua bentuk polinomial $ax^2 + bx + c$ memiliki pembuat nol. Pada beberapa bentuk polinomial $ax^2 + bx + c$, pentuan pembuat nol sulit dilakukan oleh siswa karena terbiasa dengan metode faktorisasi sehingga siswa berhenti hanya sampai pada langkah mencari pembuat nol dalam menyelesaikan masalah. Hal tersebut ditunjukan oleh Arianti (2009) dalam peneltiannya yang dilakukan di MAN 2 Amuntai tahun ajaran 2008/2009. Dalam penelitianya, Arianti menemukan fakta bahwa terdapat 51% siswa yang masih kesulitan menentukan pembuat nol pada bentuk petidaksamaan kuadrat $ax^2 + bx + c \leq 0$ dengan $a < 0$ menggunakan metode faktorisasi. Selain itu, Fitriani (Hasbi, 2018) dalam penelitiannya di SMA Negeri 1 Guntur pada tahun 2009 menyatakan bahwa siswa masih mengalami kesulitan dalam menentukanhimpunan penyelesaian dari pertidaksamaan kuadrat.

Menimbang kesalahan- kesalahan yang mungkin dilakukan oleh siswa dalam menyelesaikan permasalahan pertidaksamaan kuadrat tersebut, peneliti beranggapan perlu dilakukan proses penyusunan ulang langkah-langkah yang ada sehingga diharapkan mampu menghasilkan langkah-langkah baru yang sitematis dan logis. Langkah-langkah yang baru diharapkan mampu untuk meminimalisir terjadinya miskonsepsi siswa dalam mengaplikasikan langkah-langkah untuk menyelesaiakan masalah pertidaksamaan kuadrat. Sarlina (2015) dalam penelitiannya di SMA Negeri 11 Makassar menemukan fakta bahwa salah satu miskonsepsi yang sering dilakukan oleh kebanyakan siswa dalam menyelesaikan permasalahan adalah miskonsepsi langkah-langkah pemecahan masalah. Hal tersebut dapat terjadi karena langkah-langkah yang ada tidak mampu dipahami dengan baik oleh siswa. Suarga (Pahnael, 2019) mengatakan bahwa langkah-langkah penyelesaian merupakan pondasi yang harus dikuasai oleh setiap insan yang ingin menyelesaikan suatu masalah secara terstruktur, efektif dan efisien. Oleh karena itu, penelitian ini dilakukan dengan tujuan untuk merekonstruksi ulang langkah-langkah penyelesaian masalah pertidaksamaan kuadrat berdasarkan kajian pustaka yang dilakukan oleh peneliti.

## METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang dilakukan merupakan penelitian studi literatur. Sebelum melakukan mengkajian literatur, peneliti terlebih dahulu melakukan analisis kebutuhan terhadap permasalahan materi pertidaksamaan kuadrat yang dialami siswa-siswi Madrasah Aliyah Miftahunnajah, Yogyakarta. Langkah selanjutnya penelitian dilakukan dengan cara mengumpulkan informasi dari karya ilmiah berupa jurnal atau buku-buku pendukung. Berdasarkan informasi-informasi yang diperoleh, peneliti menghubungkan konsep lama berupa langkah-langkah penyelesaian yang digunakan oleh siswa dengan teorema pertidaksamaan kuadrat yang diperoleh berdasarkan hasil studi literatur. Hasil tersebut digunakan untuk merekonstruksi ulang langkah-langkah penyelesaian pertidaksamaan kuadrat dalam bentuk langkah-langkah penyelesaian pertidaksamaan kuadrat dan digambarkan kedalam bentuk diagram alir penyelesaian pertidaksamaan kuadrat.

## HASIl DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil studi literatur yang telah peneliti lakukan, peneliti menemukan dan mengkaji dua buah teorema pertidaksamaan kuadrat dengan penyelesaian menggunakan pendekatan aljabar. Kedua teorema tersebut akan dijabarkan sebagai berikut.

Teorema 1: Misalkan $\Delta$ menunjukan deskriminan $b^2$-$4ac$ dari polinomial $ax^2+bx+c$ yang memenuhi pertidaksamaan

$$ax^2+bx+c<0 \quad (1)$$
$$ax^2+bx+c\leq 0 \quad (2)$$

dengan nilai $a>0$.
Kejadian 1:

Jika $\Delta>0$ sehingga $x_1$ dan $x_2$ ($x_1<x_2$) merupakan pembuat nol dari $ax^2+bx+c$, maka solusi dari pertidaksamaan $(1)$ dan $(2)$ berturut-turut merupakan interval terbuka $(x_1,x_2)$ dan interval tertutup $[x_1,x_2]$.
Kejadian 2:

Jika $\Delta=0$ sehingga $x_1$ dan $x_2$ ($x_1=x_2$) merupakan pembuat nol dari $ax^2+bx+c$ maka solusi dari pertidaksamaan $(1)$ merupakan himpunan kosong $\emptyset$, dan solusi dari pertidaksamaan $(2)$ merupakan himpunan $\{x_1\}$.
Kejadian 3:

Jika $\Delta<0$ sehingga $ax^2+bx+c$ tidak memiliki pembuat nol, maka solusi dari pertidaksamaan $(1)$ dan $(2)$ merupakan himpunan kosong $\emptyset$.
(Mahmood, 2020)
Bukti:

Untuk semua polinomial $p(x)=ax^2+bx+c$ dengan $a>0$ berlaku

$$ax^2+bx+c<0$$
$$\Rightarrow a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a}+c<0$$
$$\Rightarrow a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 < \frac{b^2\text{-}4ac}{4a} \quad (b_2)$$

Karena nilai $a>0$, maka dari pertidaksamaan $(b_2)$ diperoleh pertidaksamaan

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 < \frac{b^2\text{-}4ac}{4a^2} \quad (b_3)$$

Kejadian 1 : Jika nilai dari $b^2$-$4ac>0$, maka dari pertidaksamaan $(b_3)$ diperoleh

$$\left|x+\frac{b}{2a}\right| < \sqrt{\frac{b^2\text{-}4ac}{4a^2}}$$
$$\Rightarrow \frac{\text{-}b\text{-}\sqrt{b^2\text{-}4ac}}{2a} < x < \frac{\text{-}b+\sqrt{b^2\text{-}4ac}}{2a} \quad (b_4)$$

Berdasarkan pada formula kuadrat dengan asumsi $x_1<x_2$, maka dari pertidaksamaan $(b_4)$ diperoleh interval penyelesaian $(x_1,x_2)$
Kejadian 2 dan 3: Jika nilai dari $b^2$-$4ac\leq 0$, maka pertidaksamaan $(b_3)$ merupakan pernyataan yang bernilai salah. Sehingga himpunan penyelesaiannya adalah himpunan kosong $\emptyset$.

Analog dengan langkah-langkah pembuktian sebelumnya, maka untuk sembarang polinomial $p(x)=ax^2+bx+c$ dengan $a>0$ diperoleh

$$ax^2+bx+c\leq 0$$
$$\Rightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 \leq \frac{b^2\text{-}4ac}{4a^2} \quad (b_5)$$

Kejadian 1 : Jika nilai dari $b^2$-$4ac>0$, maka dari pertidaksamaan $(b_5)$ diperoleh

$$\left|x+\frac{b}{2a}\right| \leq \sqrt{\frac{b^2\text{-}4ac}{4a^2}}$$
$$\Rightarrow \frac{\text{-}b\text{-}\sqrt{b^2\text{-}4ac}}{2a} \leq x \leq \frac{\text{-}b+\sqrt{b^2\text{-}4ac}}{2a}$$

Sehingga diperoleh interval penyelesaian $[x_1, x_2]$.
Kejadian 2: Jika nilai dari $b^2\text{-}4ac = 0$, maka dari pertidaksamaan $(b_5)$ diperoleh nilai dari
$$\frac{b^2\text{-}4ac}{4a^2} = 0$$
Berakibat
$$x+\frac{b}{2a} = 0$$
$$x = \text{-}\frac{b}{2a} \quad (b_6)$$

Jika diperhatikan ruas kanan dari persamaan $(b_6)$, maka diperoleh
$$\text{-}\frac{b}{2a} = \frac{\text{-}b \pm \sqrt{b^2\text{-}4ac}}{2a}, dengan\ b^2\text{-}4ac = 0 \ \ (b_7)$$

Berdasarkan pada formula kuadrat, maka penyelesaian dari pertidaksamaan $(b_5)$ adalah $x_1 = x_2$. Sehingga himpunan penyelesaiannya adalah $\{x_1\}$.
Kejadian 3: Jika nilai dari $b^2\text{-}4ac < 0$, maka dari pertidaksamaan $(b_5)$ diperoleh nilai dari
$$\frac{b^2\text{-}4ac}{4a^2} < 0.$$

Pernyataan tersebut bernilai salah, sehingga pertidaksamaan $(b_5)$ tidak memiliki penyelesaian. Akibatnya himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan tersebut adalah himpunan kososng $\emptyset$.
Teorema 2: Misalkan $\Delta$ menunjukan deskriminan $b^2\text{-}4ac$ dari polinomial $ax^2+bx+c$ yang memenuhi pertidaksamaan
$$ax^2+bx+c > 0 \quad (3)$$
$$ax^2+bx+c \geq 0 \quad (4)$$
dengan nilai $a > 0$.
Kejadian 1:

Jika $\Delta > 0$ sehingga $x_1$ dan $x_2$ ($x_1 < x_2$) merupakan pembuat nol dari $ax^2+bx+c$, maka solusi dari pertidaksamaan (3) dan (4) berturut-turut adalah interval $(\text{-}\infty, x_1) \cup (x_2, \infty)$ dan interval $(\text{-}\infty, x_1] \cup [x_2, \infty)$.
Kejadian 2:

Jika $\Delta = 0$ sehingga $x_1$ dan $x_2$ ($x_1 = x_2$) merupakan pembuat nol dari $ax^2+bx+c$ maka solusi dari pertidaksamaan (3) dan (4) berturut-turut adalainterval $(\text{-}\infty, x_1) \cup (x_1, \infty)$ dan himpunan bilangan real.
Kejadian 3:

Jika $\Delta < 0$ sehingga $ax^2+bx+c$ tidak memiliki pembuat nol, maka solusi dari pertidaksamaan (3) dan (4) adalah semua anggota himpunan bilangan real.
(Mahmood, 2020)
Bukti :
Untuk semua polinomial $p(x) = ax^2+bx+c$ dengan $a > 0$ berlaku
$$ax^2+bx+c > 0$$

$$\Rightarrow a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c > 0$$
$$\Rightarrow a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 > \frac{b^2\text{-}4ac}{4a} \quad (b_8)$$

Karena nilai $a > 0$, maka dari pertidaksamaan $(b_8)$ diperoleh pertidaksamaan

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 > \frac{b^2\text{-}4ac}{4a^2} \quad (b_9)$$

Kejadian 1 : Jika nilai dari $b^2\text{-}4ac > 0$, maka dari pertidaksamaan $(b_9)$ diperoleh

$$\left|x+\frac{b}{2a}\right| > \sqrt{\frac{b^2\text{-}4ac}{4a^2}}$$
$$\Rightarrow x+\frac{b}{2a} < -\frac{\sqrt{b^2\text{-}4ac}}{2a} \; atau \; x+\frac{b}{2a} > \frac{\sqrt{b^2\text{-}4ac}}{2a}$$
$$\Rightarrow x < \frac{-b-\sqrt{b^2\text{-}4ac}}{2a} \; atau \; x > \frac{-b+\sqrt{b^2\text{-}4ac}}{2a} \quad (b_{10})$$

Berdasarkan formula kuadrat dengan asumsi $x_1 < x_2$, maka dari pertidaksamaan $(b_{10})$ diperoleh $x < x_1$ atau $x > x_1$. Sehingga interval penyelesaiannya adalah $(-\infty, x_1) \cup (x_2, \infty)$.

Kejadian 2 : Jika nilai dari $b^2\text{-}4ac = 0$, maka dari pertidaksamaan $(b_{10})$ diperoleh

$$x < -\frac{b}{2a} \; atau \; x > -\frac{b}{2a} \quad (b_{11})$$

Berdasarkan pada persamaan $(b_7)$, maka $x_1 = x_2$ dan dari pertidaksamaan $(b_{11})$ diperoleh

$$x < x_1 \; atau \; x > x_1$$

Sehingga interval penyelesaiannya adalah $(-\infty, x_1) \cup (x_1, \infty)$.

Kejadian 3 : Jika nilai dari $b^2\text{-}4ac < 0$, maka dari pertidaksamaan $(b_9)$ diperoleh

$$\frac{b^2\text{-}4ac}{4a^2} < 0$$

Padahal untuk semua nilai real $x$ diperoleh

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 > 0$$

Hal ini berakibat solusi dari pertidaksamaan $(b_9)$ adalah semua anggota himpunan real. Sehingga himpunan penyelesaiannya adalah himpunan bilangan real $\mathbb{R}$.

Analog dengan langkah-langkah pembuktian sebelumnya, maka untuk sembarang polinomial $p(x) = ax^2 + bx + c$ dengan $a > 0$ diperoleh

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$
$$\Rightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 \geq \frac{b^2\text{-}4ac}{4a^2} \quad (b_{11})$$

Kejadian 1 : Jika nilai dari $b^2\text{-}4ac > 0$, maka sesuai dengan penyelesaian pertidaksamaan $(b_9)$ diperoleh penyelesaian dari pertidaksamaan $(b_{11})$ adalah

$$x \leq \frac{-b-\sqrt{b^2\text{-}4ac}}{2a} \; atau \; x \geq \frac{-b+\sqrt{b^2\text{-}4ac}}{2a} \quad (b_{12})$$

Sehingga interval penyelesaiannya adalah $(-\infty, x_1] \cup [x_2, \infty)$.

Kejadian 2 : Jika nilai dari $b^2$-$4ac = 0$, maka menurut pertidaksamaan $(b_{12})$ diperoleh penyelesaiaan dari pertidaksamaan $(b_{11})$ adalah

$$x \leq -\frac{b}{2a} \; atau \; x \geq -\frac{b}{2a}$$

Berakibat penyelesaian dari pertidaksamaan tersebut adalah semua anggota himpunan bilangan real. Sehingga himpunan penyelesaiannya adalah himpunan bilangan real $\mathbb{R}$.
Kejadian 3 : Jika nilai dari $b^2$-$4ac < 0$, maka dari pertidaksamaan $(b_{11})$ diperoleh

$$\frac{b^2\text{-}4ac}{4a^2} < 0$$

Padahal untuk semua nilai real $x$ diperoleh

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 > 0$$

Hal ini berakibat solusi dari pertidaksamaan $(b_{11})$ adalah semua anggota himpunan real. Sehingga himpunan penyelesaiannya adalah himpunan bilangan real $\mathbb{R}$.
Jika kita perhatikan bersama, kedua teorema di atas bekerja pada polinomial dengan koefisien $a$ bernilai positif. Pada bagian selanjutnya, peneliti mengkaji kondisi polinomial ketika koefisien $a$ bernilai negatif dan menghasilkan dua kesimpulan yang disajikan kedalam dua akibat sebagai berikut.
Akibat 1 : Misalkan $\Delta$ menunjukan deskriminan $b^2$-$4ac$ dari polinomial $-ax^2 + bx + c$ yang memenuhi pertidaksamaan

$$-ax^2 + bx + c < 0 \quad (5)$$
$$-ax^2 + bx + c \leq 0 \quad (6)$$

dengan nilai $a > 0$.
Kejadian 1 :

Jika $\Delta > 0$ sehingga $x_1$ dan $x_2$ $(x_1 < x_2)$ merupakan pembuat nol dari $ax^2 + bx + c$, maka solusi dari pertidaksamaan (5) dan (6) berturut-turut adalah interval $(-\infty, x_1) \cup (x_2, \infty)$ dan interval $(-\infty, x_1] \cup [x_2, \infty)$.
Kejadian 2 :

Jika $\Delta = 0$ sehingga $x_1$ dan $x_2$ $(x_1 = x_2)$ merupakan pembuat nol dari $ax^2 + bx + c$ maka solusi dari pertidaksamaan (5) dan (6) berturut-turut adalainterval $(-\infty, x_1) \cup (x_1, \infty)$ dan himpunan bilangan real.
Kejadian 3 :

Jika $\Delta < 0$ sehingga $ax^2 + bx + c$ tidak memiliki pembuat nol, maka solusi dari pertidaksamaan (5) dan (6) adalah semua anggota himpunan bilangan real.
Akibat 2 : Misalkan $\Delta$ menunjukan deskriminan $b^2$-$4ac$ dari polinomial $-ax^2 + bx + c$ yang memenuhi pertidaksamaan

$$-ax^2 + bx + c > 0 \quad (7)$$
$$-ax^2 + bx + c \geq 0 \quad (8)$$

dengan nilai $a > 0$.
Kejadian 1 :

Jika $\Delta > 0$ sehingga $x_1$ dan $x_2$ $(x_1 < x_2)$ merupakan pembuat nol dari $ax^2 + bx + c$, maka solusi dari pertidaksamaan (7) dan (8) berturut-turut merupakan interval terbuka $(x_1, x_2)$ dan interval tertutup $[x_1, x_2]$.
Kejadian 2 :

Jika $\Delta = 0$ sehingga $x_1$ dan $x_2$ $(x_1 = x_2)$ merupakan pembuat nol dari $ax^2 + bx + c$ maka solusi dari pertidaksamaan (7) merupakan himpunan kosong $\emptyset$, dan solusi dari pertidaksamaan (8) merupakan himpunan $\{x_1\}$.

Kejadian 3 :

Jika $\Delta < 0$ sehingga $ax^2 + bx + c$ tidak memiliki pembuat nol, maka solusi dari pertidaksamaan (7) dan (8) merupakan himpunan kosong $\emptyset$.

Proses pembuktian akibat 1 dan akibat 2 yang telah disajikan di atas, dapat dilakukan dengan tahap awal mengalikan setiap ruas pada pertidaksamaan dengan -1 sehingga ditemukan bentuk polinomial pada teorema 1 dan teorema 2. Dengan demikian penyelesaian dari pertidaksamaa kuadrat pada akibat 1 dan akibat 2 dapat disesuaikan berdasarkan penyelesaian pertidaksamaan kuadrat pada teorema 1 dan teorema 2.

Berdasarkan pengkajian yang telah dilakukan di atas, maka peneliti menyusun langkah-langkah penyelesaian pertidaksamaan kuadrat dalam bentuk tabel 1 yang menjelaskan tentang langkah dan aktivitas sebagai berikut.

*Tabel.1. Langkah-langkah penyelesaian dalam pertidaksamaan kuadrat*

| Langkah | Aktivitas |
|---|---|
| Langkah 1 | Mengamati nilai deskriminan. |
| Langkah 2 | Mengamati nilai koefisien $a$ polinomial untuk menentukan pola nilai dari polinomial. |
| Langkah 3 | Menentukan pembuat nol polinomial. |
| Langkah 4 | Mengambil kesimpulan berdasarkan tanda pertidaksamaan. |

Langkah-langkah penyelesaian dari pertidaksamaan kuadrat di atas, akan dijabarkan berdasarkan teorema 1, teorema 2, akibat 1 dan akibat 2 di atas sebagai berikut.

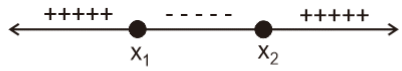
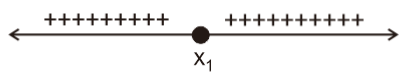
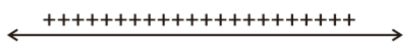
Langkah 1 : Mengamati nilai deskriminan.

Mengamati nilai deskriminan berarti menghitung nilai deskriminan $\Delta = b^2\text{-}4ac$ dari polinomial pada pertidaksamaan kuadrat yang diberikan. Mencari nilai deskriminan dilakukan untuk memperoleh kesimpulan apakah polinomial yang diberikan memiliki pembuat nol atau tidak. Jika hasil dari perhitungan deskriminan bernilai positif, maka polinomial memiliki 2 pembuat nol polinomial. Jika hasil dari perhitungan deskriminan bernilai nol, maka polinomial hanya memiliki 1 pembuat nol. Kemudian jika hasil dari perhitungan deskriminan bernilai negatif, maka polinomial tidak memiliki pembuat nol. Hal tersebut telah dijelaskan pada teorema dan akibat sebelumnya.

Langkah 2 : Mengamati nilai koefisien $a$ polinomial untuk menentukan pola nilai dari polinomial.

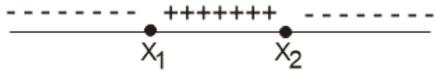
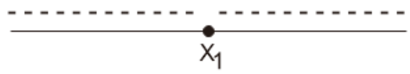
Mengamati nilai koefisien $a$ berarti melihat apakah nilai dari koefisien $a$ pada polinomial $ax^2 + bx + c$ yang diberikan bernilai positif atau negatif. Apabila koefisien $a$ bernilai positif, maka berdasarkan teorema dan akibat sebelumnya dapat diperoleh kesimpulan pada tabel 2 sebagai berikut.

*Tabel 2. Daerah polinomial dengan $a > 0$.*

| Deskriminan | Daerah nilai polinomial |
|---|---|
| $\Delta > 0$ (dua pembuat nol) |  |
| $\Delta = 0$ (satu pembuat nol) |  |
| $\Delta < 0$ (tidak memiliki pembuat nol) |  |

Kemudian apabila koefisien $a$ bernilai negatif, maka diperoleh kesimpulan pada tabel 3 sebagai berikut.

*Tabel 3. Daerah polinomial dengan $a < 0$.*

| Deskriminan | Daerah nilai polinomial |
|---|---|
| $\Delta > 0$ (dua pembuat nol) |  |
| $\Delta = 0$ (satu pembuat nol) |  |
| $\Delta < 0$ (tidak memiliki pembuat nol) |  |

Simbol $x_1$ dan $x_2$ pada gambar merupakan pembuat nol dari bentuk polinomial pertidaksamaan kuadrat yang diberikan.

Langkah 3 : Menentukan pembuat nol polinomial.

Menentukan pembuat nol polinomial berarti mencari nilai $x_1$ dan $x_2$ pada polinomial $ax^2 + bx + c$ dari pertidaksamaan kuadrat yang diberikan. Nilai $x_1$ dan $x_2$ dapat dicari menggunakan rumus sebagai berikut.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

dan

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Langkah 4 : Mengambil kesimpulan berdasarkan tanda pertidaksamaan.

Mengambil kesimpulan berdasarkan tanda berarti menentukan daerah hasil berdasarkan daerah nilai polinomial yang telah dicari pada langkah 2 dan tanda ketidaksamaan dari pertidaksamaan kuadrat yang diberikan.

Secara umum, langkah-langkah penyelesaian di atas dapat digambarkan ke dalam bentuk diagram alir untuk mempermudah dalam memahami langkah-langkah penyelesaian (lihat diagram 1 di bawah).

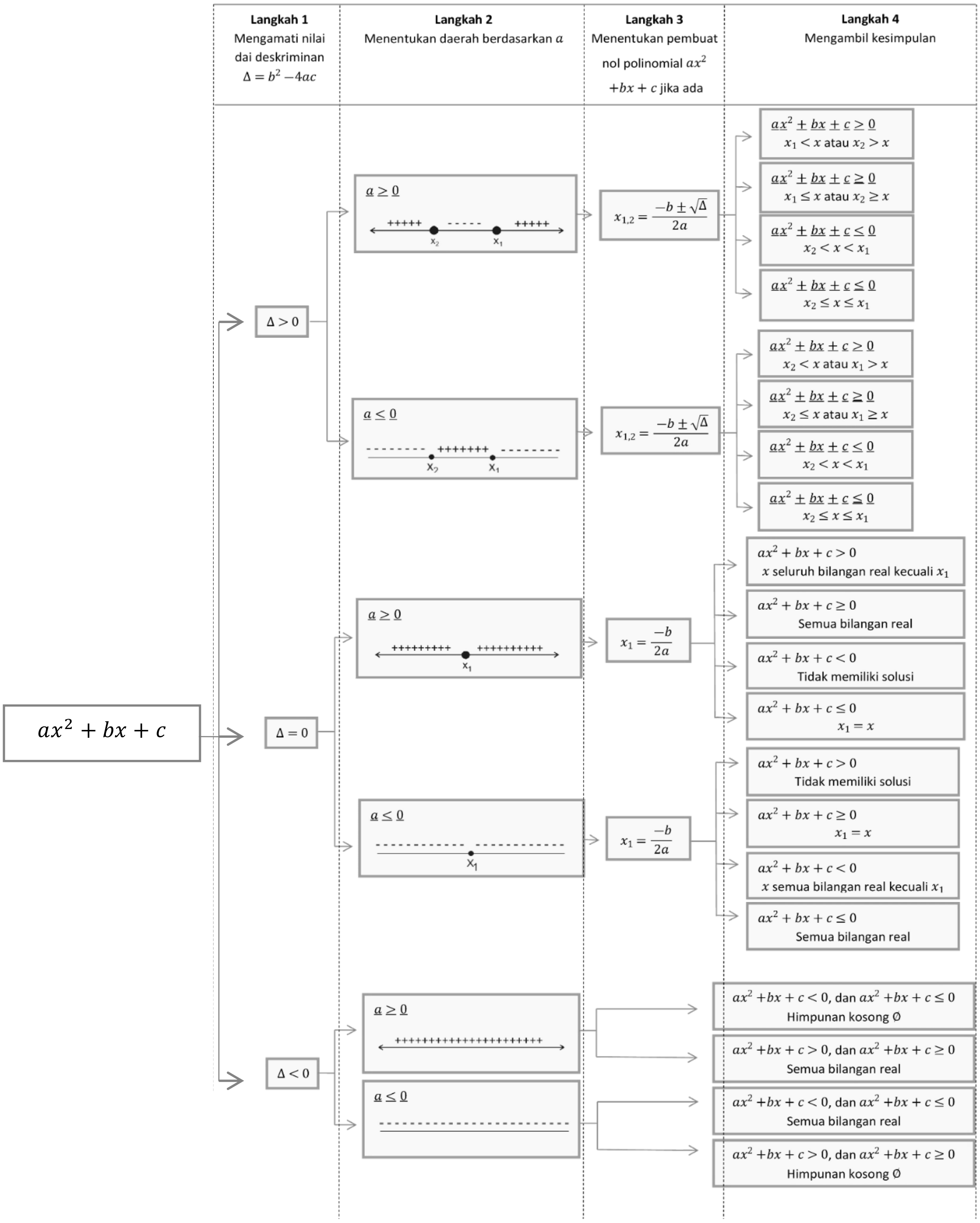
## PENUTUP

Hasil rekonstruksi langkah-langkah penyelesaian pertidaksamaan kuadrat dapat dilihat pada tabel 4 sebagai berikut.

*Tabel 4. hasil rekonstruksi langkah penyelesaian pertidaksamaan kuadrat*

| Langkah | Aktivitas |
|---|---|
| Langkah 1 | Mengamati nilai deskriminan. |
| Langkah 2 | Mengamati nilai koefisien $a$ polinomial untuk menentukan pola nilai dari polinomial. |
| Langkah 3 | Menentukan pembuat nol polinomial. |
| Langkah 4 | Mengambil kesimpulan berdasarkan tanda pertidaksamaan. |

Diagram 1. Alur penyelesaian pertidaksamaan kuadrat.




Kesalahan siswa dalam proses melakukan subtitusi persamaan kedalam pertidaksamaan sebagai mana telah disampaikan oleh Jamal (2018), diharapkan bisa untuk diantisipasi menggunakan hasil rekonstruksi langkah penyelesaian yang telah digambarkan pada diagram 1 di bawah. Kesulitan kesulitan siswa dalam mengerjakan soal pertidaksamaan kuadrat dapat diatasi dengan langkah sistematis dan jelas, serta tidak menggunakan metafora "batas" yang terlalu rumit dalam pengujiannya hingga harus menentukan tiga daerah dengan hasil positif atau negatif, sehingga membuat siswa cenderung lebih mudah melakukan kesalahan karena rumitnya langkah penyelesaian (Tamba, 2020).

**UCAPAN TERIMAKASIH**

Puji dan syukur kami panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas segala rahmat dan karunia-Nya yang memberikan kesehatan serta kesempatan kepada kami sehingga kami dapat menyelesaikan laporan ini dengan baik. Kami ucapkan terima kasih kepada seluruh civitas akademik Madrasah Aliyah Miftahunnajah, Yogyakarta atas Kerjasama yang diberikan sehingga penelitian ini dapat diselesaikan. Semoga penelitian mengenai rekonstruksi langkah-langkah pertidaksamaan kuadrat ini bisa dilanjutkan ke tahap pelaksanaan dan uji efektifitas langkah-langkah.

**REFERENSI**

Arianti, Sri (2009) Identifikasi Kesulitan Menyelesaikan Pertidaksamaan Kuadrat Pada Siswa Kelas XMAN 2 Amuntai Tahun Pelajaran 2008/2009. Skripsi, Tarbiyah dan Keguruan.

Djohan, Warsoma. (2010). Diktat Kalkulus I. Departemen Matematika Fakultas MIPA. Institut Teknologi Bandung.

Fitriyani, K. (2009). Analisis Kesalahan dalam Mengerjakan Soal Matematika Bentuk Uraian pada Pokok Bahasan Persamaan dan Pertidaksamaan Kuadrat Kelas X Semester 1 SMA Negeri 1 Guntur (Doctoral dissertation, Universitas Negeri Semarang).

Hasbi, M., & Lefrida, R. (2018). Penerapan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe *Numbered Heads Together* Untuk Meningkatkan Hasil Belajar Siswa Dalam Menyelesaikan Pertidaksamaan Kuadrat Di Kelas Xb Sma Gkst Imanuel Palu. Aksioma, 7(2), 216-229

Jamal, F. (2018). Analisis Kesalahan Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Pertidaksamaan Kuadrat Berdasarkan Prosedur Newman. *MAJU: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, *5*(2). 41-51.

Mahmood, Munir, Rudaina Al-Mirbati. 2020. *An algebraic approach for solving quadratic inequalities*. Australian Senior Mathematics Journal. 31(2). 31-41.

Purcell, E. J., Varberg, D., & Rigdon, S. E. (2004). Kalkulus, jilid 1. Jakarta. Penerbit Erlangga. Rahayu (2019). Peran Pendidikan Matematika Di Era Globalisasi. http://eproceedings.umpwr.ac.id/index.php/sendika/article/view/801/685 [19 Mei 2021]

Rachmayani, D. (2015). Penerapan Pembelajaran Reciprocal Teaching Untuk Meningkatkan Kemampuan Kominikasi Matematis dan Kemandirian Belajar Siswa (Doctoral dissertation, UNPAS).

Sarlina, S. (2015). Miskonsepsi Siswa terhadap Pemahaman Konsep Matematika pada Pokok Bahasan Persamaan Kuadrat Siswa Kelas X5 SMA Negeri 11 makassar. MaPan: Jurnal Matematika danPembelajaran, 3(2), 194-209.

Satiti, W. S., & Perdani, D. A. (2019). Efektivitas Pembelajaran Berbasis Masalah Materi Pertidaksamaan Kuadrat Pada Siswa Kelas X MA. JoEMS (Journal of Education and Management Studies). *2*(5). 59-64.

Sarlina. 2015. Miskonsepsi Siswa Terhadap Pemahaman Konsep Matematika Pada Pokok BahasanPersamaan Kuadrat Siswa Kelas X5 Sma Negeri 11 Makassar. Jurnal Matematika Dan Pembelajaran. 3(2). 194-209.

Sukino,(2016). Matematika Jilid 1A untuk SMA/MA Kelas X Semester 1 Kelompok Wajib. Jakarta : Erlangga.

Tamba, K. P., & Siahaan, M. M. L. (2020). Pembuat nol sebagai hambatan didaktis dalam pertidaksamaan kuadrat. *JNPM (Jurnal Nasional Pendidikan Matematika)*, *4*(2), 292-307.