

Pengoptimalan Produksi Roti Tungkal Menggunakan Metode Branch and Bound

Dwi Nurhafifah Syafitri¹, Kamid², Niken Rarasati³

^{1,2,3}Universitas Jambi

Dwinurhafifahsy@gmail.com

ABSTRAK

Secara umum, bisnis bertujuan untuk memperoleh keuntungan dari kegiatan bisnis tersebut. Untuk mendapatkan keuntungan dari suatu bisnis, perlu adanya perencanaan jumlah produksi yang optimal pada masing-masing jenis produk agar suatu bisnis mendapatkan keuntungan yang maksimum. Perencanaan produksi pada Toko Roti Tungkal Ani Hanim masih belum menghasilkan keuntungan yang optimal, karena masih terdapat kelebihan dan kekurangan produksi. Dalam menentukan banyaknya produk yang harus di produksi untuk mendapatkan keuntungan maksimal dengan memperhitungkan faktor-faktor seperti harga bahan baku, harga produk dan banyaknya persediaan bahan baku. Selain menggunakan pendekatan *linear programming*, pada penelitian ini juga digunakan pendekatan Program linier bilangan bulat atau *Integer Linear Programming*. Metode *Branch and Bound* digunakan untuk mengetahui banyaknya produksi roti berupa bilangan *integer* yang optimal agar mendapatkan keuntungan yang maksimal. Hasil analisis yang diperoleh menunjukkan bahwa banyaknya produksi optimal adalah 2528 loyang roti tunggal coklat, 255 loyang roti tunggal keju, 375 loyang roti tunggal kacang coklat, 1980 loyang roti tunggal kelapa, 1250 loyang roti tunggal srikaya, 980 loyang roti tunggal kacang hijau, 142 loyang roti tunggal durian dan 80 loyang roti tunggal kacang merah. Sehingga Toko Roti Tungkal Ani Hanim akan mendapatkan keuntungan sebesar Rp42.770.200. Hasil keuntungan tersebut lebih optimal dibandingkan banyaknya produksi yang diterapkan oleh Toko Roti Tungkal Ani Hanim. Keuntungan yang didapatkan akan meningkat sebesar Rp468.200 atau sebesar 1,11% untuk setiap bulannya.

Kata Kunci: Program Linier, Metode *Branch and Bound*, Program Linier Bilangan Bulat, Optimal, Keuntungan

ABSTRACT

In general, business aims to obtain profits from these business activities. To get profit from a business, it is necessary to plan the optimal amount of production for each type of product so that a business can get maximum profit. Production planning at Tungkal Ani Hanim Bakery is still not producing optimal profit, because there are still excess and underproduction. In determining the number of products that must be produced to get maximum profit by taking into account factors such as raw material prices, product prices and the amount of raw material inventory. In addition to using the *linear programming* approach, this study also uses the *Integer Linear Programming* approach. The *Branch and Bound* method is used to determine the optimal amount of bread production in the form of an integer number in order to get maximum profit. The results of the analysis obtained show that the optimal amount of production is 2528 tunggal chocolate bread trays, 255 tunggal cheese loaves, 375 brown bean tunggal bread pans, 1980 tunggal coconut bread trays, 1250 srikaya tunggal bread trays, 980 green bean tunggal bread trays, 142 pans tunggal durian bread and 80 pans of red bean tunggal bread. So that the Tungkal Ani Hanim Bakery will get a profit of IDR 42,770,200. The profit results are more optimal than the amount of production applied by the Tungkal Ani Hanim Bakery. The profit you get will increase by IDR 468,200 or 1.11% for each month.

Keywords: Linear Programming, Metode Branch and Bound, Integer Linear Programming, Optimal, Profit

PENDAHULUAN

Secara umum, bisnis bertujuan untuk memperoleh keuntungan dari kegiatan bisnis tersebut. Selain itu, bisnis juga bertujuan untuk membantu menciptakan lapangan kerja bagi pengangguran. Untuk mendapatkan keuntungan dari suatu bisnis, perlu adanya perencanaan jumlah produksi yang optimal pada masing-masing jenis produk agar suatu bisnis mendapatkan keuntungan yang maksimum. Suatu usaha harus mampu mengantongi keuntungan tertinggi yang berkelanjutan dalam usahanya. Karena jika harga produksi tiba-tiba melambung tinggi diluar prediksi, suatu usaha harus mampu menyembunyikan kekurangan tersebut agar kontinuitas tetap terjaga. Dengan begitu usaha tersebut mampu memperoleh tujuan yaitu untuk mendapatkan keuntungan yang maksimum.

Toko Roti Tungkal Ani Hanim adalah sebuah toko roti yang memproduksi roti tungkal. Perencanaan produksi pada Toko Roti Tungkal Ani Hanim masih belum menghasilkan keuntungan yang optimal, karena masih terdapat kelebihan dan kekurangan produksi. Setiap usaha ingin memperoleh pendapatan yang sebesar-besarnya dengan pengeluaran yang sekecil-kecilnya sehingga meningkatkan keuntungan usaha tersebut. Untuk mencapai tujuan tersebut terdapat banyak hal yang harus terpenuhi salah satunya adalah pengoptimalan banyaknya produk yang harus diproduksi sehingga mampu mendapatkan keuntungan yang maksimum. Dalam menentukan banyaknya produk yang harus di produksi untuk mendapatkan keuntungan maksimal dengan memperhitungkan faktor-faktor seperti harga bahan baku, harga produk dan banyaknya persediaan bahan baku. Jika banyaknya produk yang diproduksi melebihi batas permintaan pasar maka akan meningkatkan biaya produksi (Pianda, 2018).

Maka dari itu pada penelitian ini akan dilakukan pengoptimalan banyaknya produksi roti tungkal agar mendapatkan keuntungan yang maksimal pada toko tersebut. Untuk pengoptimalan banyaknya produksi agar mendapatkan keuntungan yang maksimal pula digunakan pendekatan *linear programming* atau program linier yaitu dengan menggunakan metode simpleks. Metode simpleks digunakan untuk menyelesaikan persoalan program linier yang memiliki dua atau lebih variabel keputusan. Banyak permasalahan yang penyelesaiannya menggunakan program linier diantaranya, program dinamis, persoalan penugasan, persoalan transportasi serta program bilangan bulat (Program *Integer*) (Pagiling *et al*, 2015). Penyelesaian program linier memiliki beberapa metode yaitu metode grafis, metode aljabar, metode simpleks, metode dual-simpleks dan lain-lainnya (Rahmi & Suryani, 2018).

Selain menggunakan pendekatan *linear programming*, pada penelitian ini juga digunakan pendekatan Program linier bilangan bulat atau *Integer Linear Programming*. *Integer Linear Programming* merupakan suatu model program linier yang digunakan untuk menyelesaikan suatu masalah yang variabel-variabel keputusannya berupa bilangan bulat (*Integer*). Model pada program *integer* ini biasanya dipilih untuk menyelesaikan suatu permasalahan yang variabel keputusannya tidak mungkin dalam bentuk pecahan atau bilangan riil. Nilai variabel keputusan harus bilangan *integer* karena jumlahnya tidak mungkin dalam bentuk pecahan, seperti bangunan, tugas dan sebagainya (Marulizar, 2018). Penyelesaian untuk mencari solusi optimal menggunakan metode *Branch and Bound* dilakukan secara berulang hingga membentuk pohon pencarian (*search tree*) dan dilakukan pembatasan (*bounding*) dengan menentukan batas atas (*upper bound*) dan batas bawah (*lower bound*). Metode ini dikatakan lebih akurat dan metode ini juga akan menghasilkan hasil optimal yang banyak dari metode yang lainnya sehingga penulis bisa menentukan mana hasil yang paling optimal dari beberapa hasil yang didapat (Alfian, 2019).

Penelitian yang akan dilakukan kali ini menggunakan metode *Branch and Bound*, bertujuan untuk mengetahui banyaknya produksi roti berupa bilangan *integer* pada Toko Roti Tungkal Ani Hanim yang optimal agar mendapatkan keuntungan yang maksimal. selain itu,

juga untuk mengetahui kemungkinan pengaruh yang terjadi terhadap solusi optimal yang didapat seandainya koefisien-koefisien di dalam model mengalami perubahan. Berdasarkan hal tersebut, maka penulis mengajukan penelitian dengan judul **“Pengoptimalan Produksi Roti Tungkal Menggunakan Metode Branch And Bound** (Studi Kasus Pada Toko Roti Tungkal Ani Hanim, Jl. Patimura, Kenali Besar, Kec. Alam Barajo, Kota Jambi)”

METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan di Toko Roti Tungkal Ani Hanim yang beralamat di Jl. Patimura, Kenali Besar, Kec. Alam Barajo, Kota Jambi. Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data primer, yaitu data fakta yang objektif yang diperoleh dari penelitian secara langsung dan melalui wawancara dengan pemilik toko. Data yang digunakan dalam penelitian ini untuk pengoptimalan banyaknya produksi roti adalah sebagai berikut:

1. Data komposisi bahan baku
2. Data maksimum persediaan bahan baku untuk beberapa jenis roti selama 1 (satu) bulan.
3. Data keuntungan untuk setiap jenis produk
4. Data batasan jumlah produksi roti

Data yang diperoleh dari Toko Roti Tungkal Ani Hanim di analisis dan dilakukan perhitungan terhadap data yang telah diperoleh tersebut. Metode analisis data dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Melakukan identifikasi dan Perumusan masalah
2. Menentukan tujuan penelitian
3. Pengumpulan data yang dilakukan dengan cara melakukan wawancara dan observasi.
4. Menentukan variabel keputusan, variabel keputusan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:
 - x_1 = banyaknya roti tunggal isi coklat yang diproduksi dalam satu hari/loyang
 - x_2 = banyaknya roti tunggal isi keju yang diproduksi dalam satu hari/loyang
 - x_3 = banyaknya roti tunggal isi kacang coklat yang diproduksi dalam satu hari/loyang
 - x_4 = banyaknya roti tunggal isi kelapa yang diproduksi dalam satu hari/loyang
 - x_5 = banyaknya roti tunggal isi srikaya yang diproduksi dalam satu hari/loyang
 - x_6 = banyaknya roti tunggal isi kacang hijau yang diproduksi dalam satu hari/loyang
 - x_7 = banyaknya roti tunggal isi durian yang diproduksi dalam satu hari/loyang
 - x_8 = banyaknya roti tunggal isi kacang merah yang diproduksi dalam satu hari/loyang
5. Membentuk model matematika dari data yang telah dikumpulkan.
6. Mengoptimalkan banyaknya produksi Roti Tungkal Ani Hanim untuk mendapatkan keuntungan yang optimal dengan menggunakan Metode Simpleks.
7. Jika nilai variabel keputusan yang dihasilkan menggunakan Metode Simpleks tidak integer maka, diubah kedalam bentuk integer menggunakan Metode *Branch and Bound*.
8. Pengambilan keputusan nilai optimal dari solusi yang didapat.
9. Setelah diperoleh banyaknya produksi yang optimal dalam bentuk integer, kemudian dilakukan analisis sensitivitas untuk mengetahui seberapa besar pengaruh perubahan parameter terhadap solusi optimal yang didapatkan
10. Selanjutnya dilakukan penarikan kesimpulan dari perhitungan tersebut sebagai saran bagi Toko Roti Tungkal Ani Hanim.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil pengamatan dan wawancara yang penulis peroleh adalah jenis produksi, keuntungan tiap produk, bahan baku serta ketersediaan bahan baku. Bahan baku yang

terbatas menjadi kendala dalam penentuan banyaknya produksi yang optimal. Pengolahan dengan menggunakan metode Simpleks dan metode *Branch and Bound* berbantuan *software Lindo* akan menunjukkan banyaknya produksi yang optimal pada Toko Roti Tungkal Ani Hanim.

1. Jenis – jenis produksi pada Toko Roti Tungkal Ani Hanim

Kombinasi Produksi yang diterapkan di Toko Roti Tungkal Ani Hanim pada bulan Desember 2020 sebagai berikut:

Tabel 1. Kombinasi Produksi

Jenis Produk	Jumlah Produksi (Loyang)	Keuntungan
Roti Tungkal isi Coklat	2500	Rp13.500.000
Roti Tungkal isi Keju	240	Rp1.440.000
Roti Tungkal isi Kacang Coklat	370	Rp2.146.000
Roti Tungkal isi Kelapa	1980	Rp11.484.000
Roti Tungkal isi Srikaya	1240	Rp6.820.000
Roti Tungkal isi Kacang Hijau	980	Rp5.684.000
Roti Tungkal isi Durian	120	Rp780.000
Roti Tungkal isi Kacang Merah	80	Rp448.000

2. Bahan baku pembuatan roti tungkal

Bahan baku yang digunakan dalam pembuatan satu loyang roti tungkal adalah sebagai berikut:

Tabel 2. Bahan Baku Pembuatan Roti Tungkal

Faktor Produksi	Jenis Produksi							
	Coklat	Keju	Kacang Coklat	Kelapa	Srikaya	Kacang Hijau	Durian	Kacang Merah
Bahan Baku Utama (Kilogram)								
Tepung Terigu	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
Kuning Telur	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
Gula	0,035	0,035	0,035	0,07	0,035	0,057	0,05	0,052
Mentega	0,018	0,018	0,018	0,018	0,018	0,018	0,03	0,018
Ragi	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015
Isian Roti (Kilogram)								
Coklat	0,112	-	0,044	-	-	-	-	-
Keju	-	0,06	-	-	-	-	-	-
Kacang Tanah	-	-	0,06	-	-	-	-	-
Kelapa Parut	-	-	-	0,057	-	-	-	-
Srikaya	-	-	-	-	0,096	-	-	-
Kacang Hijau	-	-	-	-	-	0,09	-	-
Selai Durian	-	-	-	-	-	-	0,077	-
Kacang Merah	-	-	-	-	-	-	-	0,085
Batasan Produksi (Loyang)								
Roti Tungkal Coklat	2500	-	-	-	-	-	-	-
Roti Tungkal Keju	-	240	-	-	-	-	-	-
Roti Tungkal Kacang Coklat	-	-	370	-	-	-	-	-
Roti Tungkal Kelapa	-	-	-	1980	-	-	-	-
Roti Tungkal Srikaya	-	-	-	-	1240	-	-	-
Roti Tungkal Kacang Hijau	-	-	-	-	-	980	-	-

Roti Tungkal Durian	-	-	-	-	-	-	120	-
Roti Tungkal Kacang Merah	-	-	-	-	-	-	-	80

Tabel 3. Ketersediaan Faktor-Faktor Produksi

Faktor Produksi	Ketersediaan	Satuan
Bahan Baku Utama		
a. Tepung Terigu	1800	Kilogram
b. Kuning Telur	90	Kilogram
c. Gula	360	Kilogram
d. Mentega	150	Kilogram
e. Ragi	12	Kilogram
Isian Roti		
a. Coklat	300	Kilogram
b. Keju	22,5	Kilogram
c. Kacang Tanah	22,5	Kilogram
d. Kelapa Parut	120	Kilogram
e. Srikaya	120	Kilogram
f. Kacang Hijau	90	Kilogram
g. Selai Durian	12	Kilogram
h. Kacang Merah	7,5	Kilogram
Batasan Produksi		
a. Roti Tungkal isi Coklat	2500	Loyang
b. Roti Tungkal isi Keju	240	Loyang
c. Roti Tungkal isi Kacang Coklat	370	Loyang
d. Roti Tungkal isi Kelapa	1980	Loyang
e. Roti Tungkal isi Srikaya	1240	Loyang
f. Roti Tungkal isi Kacang Hijau	980	Loyang
g. Roti Tungkal isi Durian	120	Loyang
h. Roti Tungkal isi Kacang Merah	80	Loyang

Variabel Keputusan

Menentukan variabel keputusan dari permasalahan program linier pada Toko Roti Tungkal Ani Hanim. Variabel keputusan pada penelitian ini yaitu delapan (8) jenis roti tunggal yang diproduksi oleh Toko Roti Tungkal Ani Hanim. Jenis roti tunggal yang di produksi dapat dilihat pada tabel berikut ini:

Tabel 4. Variabel Keputusan

Variabel	Indikator	Simbol	Satuan
	Roti Tungkal isi Coklat	X_1	
	Roti Tungkal isi Keju	X_2	
	Roti Tungkal isi Kacang Coklat	X_3	
	Roti Tungkal isi Kelapa	X_4	
	Roti Tungkal isi Srikaya	X_5	
	Roti Tungkal isi Kacang Hijau	X_6	
	Roti Tungkal isi Durian	X_7	
	Roti Tungkal isi Kacang Merah	X_7	

Fungsi Tujuan

Menentukan fungsi tujuan dari permasalahan program linier. koefisien fungsi tujuan pada permasalahan program linier ini merupakan keuntungan dari tiap-tiap jenis roti tunggal yang diperoleh oleh penjualan toko. Nilai keuntungan tersebut diperoleh dari selisih antara harga jual dengan biaya produksi per loyang pada tiap-tiap jenis roti tunggal yang diproduksi.

Tabel 5. Fungsi Tujuan

Variabel Keputusan (Loyang)	Biaya Produksi	Keuntungan	Harga Jual
Roti Tungkal isi Coklat	Rp9.600	Rp5.400	Rp15.000
Roti Tungkal isi Keju	Rp11.000	Rp6.000	Rp17.000
Roti Tungkal isi Kacang Coklat	Rp9.200	Rp5.800	Rp15.000
Roti Tungkal isi Kelapa	Rp9.200	Rp5.800	Rp15.000
Roti Tungkal isi Srikaya	Rp9.500	Rp5.500	Rp15.000
Roti Tungkal isi Kacang Hijau	Rp9.200	Rp5.800	Rp15.000
Roti Tungkal isi Durian	Rp13.500	Rp6.500	Rp20.000
Roti Tungkal isi Kacang Merah	Rp9.400	Rp5.600	Rp15.000

Dari tabel di atas dapat dilihat bahwa keuntungan yang didapatkan untuk penjualan Roti Tungkal isi Coklat (X_1) adalah sebesar Rp 5.600 per loyang, Roti Tungkal isi Keju (X_2) adalah sebesar Rp 6.000 per loyang, Roti Tungkal isi Kacang Coklat (X_3) adalah sebesar Rp 5.800 per loyang, Roti Tungkal isi Kelapa (X_4) adalah sebesar Rp 5.800 per loyang, Roti Tungkal isi Srikaya (X_5) adalah sebesar Rp 5.500 per loyang, Roti Tungkal isi Kacang Hijau (X_6) adalah sebesar Rp 5.800 per loyang, Roti Tungkal isi Durian (X_7) adalah sebesar Rp 6.500 per loyang dan Roti Tungkal isi Kacang Merah (X_8) adalah sebesar Rp 5.600 per loyang. Produksi yang optimal dari produk roti tunggal berdasarkan keuntungan setiap jenis produk dapat diketahui dengan merumuskan model fungsi tujuannya. Perumusan fungsi tujuan dari permasalahan program linier adalah sebagai berikut:

$$\text{Maksimumkan } Z = 5400x_1 + 6000x_2 + 5800x_3 + 5800x_4 + 5500x_5 + 5800x_6 + 6500x_7 + 5600x_8 \quad (1)$$

Fungsi Kendala

Menentukan fungsi kendala dari permasalahan program linier. Koefisien dalam fungsi kendala diambil dengan melihat keterbatasan sumber daya bahan baku yang digunakan dalam setiap jenis produk, selain itu fungsi kendala juga diambil dengan melihat batasan banyaknya produksi pada bulan Desember 2020. Adapun faktor produksi dan batasan produksi pada Toko Roti Tungkal Ani Hanim dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 6. Fungsi Kendala

Variabel Keputusan								Ketersediaan
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	an
0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	1800
0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	90
0,035	0,035	0,035	0,07	0,035	0,057	0,05	0,052	360
0,018	0,018	0,018	0,018	0,018	0,018	0,03	0,018	150
0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	12
0,112	-	0,044	-	-	-	-	-	300
-	0,06	-	-	-	-	-	-	22,5
-	-	0,06	-	-	-	-	-	22,5
-	-	-	0,057	-	-	-	-	120
-	-	-	-	0,096	-	-	-	120
-	-	-	-	-	0,09	-	-	90

	-	-	-	-	-	-	0,077	-	12
	-	-	-	-	-	-	-	0,085	7,5
	2500	-	-	-	-	-	-	-	2500
	-	240	-	-	-	-	-	-	240
	-	-	370	-	-	-	-	-	370
	-	-	-	1980	-	-	-	-	1980
	-	-	-	-	1240	-	-	-	1240
	-	-	-	-	-	980	-	-	980
	-	-	-	-	-	-	120	-	120
	-	-	-	-	-	-	-	80	80

Berdasarkan tabel di atas maka dapat diuraikan fungsi kendala pada permasalahan program linier sebagai berikut:

1. Persediaan Tepung Terigu

$$0,2x_1 + 0,2x_2 + 0,2x_3 + 0,2x_4 + 0,2x_5 + 0,2x_6 + 0,2x_7 + 0,2x_8 \leq 1800 \quad (2)$$

2. Persediaan Kuning Telur

$$0,01x_1 + 0,01x_2 + 0,01x_3 + 0,01x_4 + 0,01x_5 + 0,01x_6 + 0,01x_7 + 0,01x_8 \leq 90 \quad (3)$$

3. Persediaan Gula

$$0,035x_1 + 0,035x_2 + 0,035x_3 + 0,07x_4 + 0,035x_5 + 0,057x_6 + 0,05x_7 + 0,052x_8 \leq 300 \quad (4)$$

4. Persediaan Mentega

$$0,018x_1 + 0,018x_2 + 0,018x_3 + 0,018x_4 + 0,018x_5 + 0,018x_6 + 0,03x_7 + 0,018x_8 \leq 150 \quad (5)$$

5. Persediaan Ragi

$$0,0015x_1 + 0,0015x_2 + 0,0015x_3 + 0,0015x_4 + 0,0015x_5 + 0,0015x_6 + 0,0015x_7 + 0,0015x_8 \leq 12 \quad (6)$$

6. Persediaan Coklat

$$0,112x_1 + 0,044x_3 \leq 300 \quad (7)$$

7. Persediaan Keju

$$0,088x_2 \leq 22,5 \quad (8)$$

8. Persediaan Kacang Tanah

$$0,06x_3 \leq 22,5 \quad (9)$$

9. Persediaan Kelapa Parut

$$0,057x_4 \leq 120 \quad (10)$$

10. Persediaan Srikaya

$$0,096x_5 \leq 120 \quad (11)$$

11. Persediaan Kacang Hijau

$$0,09x_6 \leq 90 \quad (12)$$

12. Persediaan Selai Durian

$$0,077x_7 \leq 12 \quad (13)$$

13. Persediaan Kacang Merah

$$0,085x_8 \leq 7,5 \quad (14)$$

14. Batasan Produksi

a. Batasan produksi roti tunggal isi coklat

$$x_1 \geq 2500 \quad (15)$$

b. Batasan produksi roti tunggal isi keju

$$x_2 \geq 240 \quad (16)$$

c. Batasan produksi roti tunggal isi kacang coklat

$$\mathbf{x}_3 \geq 370 \quad (17)$$

d. Batasan produksi roti tunggal isi kelapa

$$\mathbf{x}_4 \geq 1980 \quad (18)$$

e. Batasan produksi roti tunggal isi srikaya

$$\mathbf{x}_5 \geq 1240 \quad (19)$$

f. Batasan produksi roti tunggal isi kacang hijau

$$\mathbf{x}_6 \geq 980 \quad (20)$$

g. Batasan produksi roti tunggal isi durian

$$\mathbf{x}_7 \geq 120 \quad (21)$$

h. Batasan produksi roti tunggal isi kacang merah

$$\mathbf{x}_8 \geq 80 \quad (22)$$

15. Variabel Tak Nol

$$\mathbf{x}_1 \geq 0, \mathbf{x}_2 \geq 0, \mathbf{x}_3 \geq 0, \mathbf{x}_4 \geq 0, \mathbf{x}_5 \geq 0, \mathbf{x}_6 \geq 0, \mathbf{x}_7 \geq 0, \mathbf{x}_8 \geq 0, \mathbf{x}_n \in \mathbf{Z} \quad (23)$$

Model Matematis

Dari formulasi (1)-(23) diatas, maka fungsi tujuan dan fungsi kendala dari persoalan program linier dapat dikelompokkan sebagai berikut:

Maksimumkan:

$$\mathbf{Z} = 5400\mathbf{x}_1 + 6000\mathbf{x}_2 + 5800\mathbf{x}_3 + 5800\mathbf{x}_4 + 5500\mathbf{x}_5 + 5800\mathbf{x}_6 + 6500\mathbf{x}_7 + 5600\mathbf{x}_8$$

(24)

Dengan kendala:

(25)

$$0,2\mathbf{x}_1 + 0,2\mathbf{x}_2 + 0,2\mathbf{x}_3 + 0,2\mathbf{x}_4 + 0,2\mathbf{x}_5 + 0,2\mathbf{x}_6 + 0,2\mathbf{x}_7 + 0,2\mathbf{x}_8 \leq 1800$$

$$0,01\mathbf{x}_1 + 0,01\mathbf{x}_2 + 0,01\mathbf{x}_3 + 0,01\mathbf{x}_4 + 0,01\mathbf{x}_5 + 0,01\mathbf{x}_6 + 0,01\mathbf{x}_7 + 0,01\mathbf{x}_8 \leq 90$$

$$0,035\mathbf{x}_1 + 0,035\mathbf{x}_2 + 0,035\mathbf{x}_3 + 0,07\mathbf{x}_4 + 0,035\mathbf{x}_5 + 0,057\mathbf{x}_6 + 0,05\mathbf{x}_7 + 0,052\mathbf{x}_8 \leq 360$$

$$0,018\mathbf{x}_1 + 0,018\mathbf{x}_2 + 0,018\mathbf{x}_3 + 0,018\mathbf{x}_4 + 0,018\mathbf{x}_5 + 0,018\mathbf{x}_6 + 0,018\mathbf{x}_7 + 0,018\mathbf{x}_8 \leq 150$$

$$0,0015\mathbf{x}_1 + 0,0015\mathbf{x}_2 + 0,0015\mathbf{x}_3 + 0,0015\mathbf{x}_4 + 0,0015\mathbf{x}_5 + 0,0015\mathbf{x}_6 + 0,0015\mathbf{x}_7 + 0,0015\mathbf{x}_8 \leq 12$$

$$0,112 \mathbf{x}_1 + 0,044\mathbf{x}_3 \leq 300$$

$$0,088 \mathbf{x}_2 \leq 22,5$$

$$0,06\mathbf{x}_3 \leq 22,5$$

$$0,057\mathbf{x}_4 \leq 120$$

$$0,096\mathbf{x}_5 \leq 120$$

$$0,09\mathbf{x}_6 \leq 90$$

$$0,077\mathbf{x}_7 \leq 12$$

$$0,085\mathbf{x}_8 \leq 7,5$$

$$\mathbf{x}_1 \geq 2500$$

$$\mathbf{x}_2 \geq 240$$

$$\mathbf{x}_3 \geq 370$$

$$\mathbf{x}_4 \geq 1980$$

$$\mathbf{x}_5 \geq 1240$$

$$\mathbf{x}_6 \geq 980$$

$$\mathbf{x}_7 \geq 120$$

$$\mathbf{x}_8 \geq 80$$

$$\mathbf{x}_j \geq 0, \mathbf{x}_j \in \mathbf{Z} \text{ untuk } j = 1,2,3,4,5,6,7,8$$

Penyelesaian dengan Metode Simpleks

Penyelesaian permasalahan program linier dengan mencari solusi awal menggunakan metode simpleks dengan bantuan *software* Lindo. Pencaraian solusi menggunakan *software* Lindo dilakukan dengan menginput data fungsi tujuan dan fungsi kendala pada formulasi (4.24) dan (4.25).


```

Max 5400X1 + 6000X2 + 5800X3 + 5800X4 + 5500X5 + 5800X6 + 6500X7 + 5600X8
Subject To
0.2X1 + 0.2X2 + 0.2X3 + 0.2X4 + 0.2X5 + 0.2X6 + 0.2X7 + 0.2X8 <= 1800
0.01X1 + 0.01X2 + 0.01X3 + 0.01X4 + 0.01X5 + 0.01X6 + 0.01X7 + 0.01X8 <= 90
0.035X1 + 0.035X2 + 0.035X3 + 0.07X4 + 0.035X5 + 0.057X6 + 0.05X7 + 0.052X8 <= 360
0.018X1 + 0.018X2 + 0.018X3 + 0.018X4 + 0.018X5 + 0.018X6 + 0.03X7 + 0.018X8 <= 150
0.0015X1 + 0.0015X2 + 0.0015X3 + 0.0015X4 + 0.0015X5 + 0.0015X6 + 0.0015X7 + 0.0015X8 <= 12
0.112X1 + 0.044X3 <= 300
0.088X2 <= 22.5
0.06X3 <= 22.5
0.057X4 <= 120
0.096X5 <= 120
0.09X6 <= 90
0.077X7 <= 12
0.085X8 <= 7.5
X1 >= 2500
X2 >= 240
X3 >= 370
X4 >= 1980
X5 >= 1240
X6 >= 980
X7 >= 120
X8 >= 80
End
    
```

Gambar 1. Input fungsi tujuan dan fungsi kendala ke dalam *software* Lindo
 Dari hasil pencarian solusi menggunakan *software* Lindo, diperoleh hasil yang optimal

yaitu:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1) 42773951.462000		
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	2531.250000	0.000000
X2	255.681824	0.000000
X3	375.000000	0.000000
X4	1980.000000	0.000000
X5	1250.000000	0.000000
X6	980.000000	0.000000
X7	139.247772	0.000000
X8	80.000000	0.000000

Gambar 2. Output solusi awal dari *software* Lindo

Namun solusi pada persoalan program linier ini masih terdapat hasil yang belum bernilai integer, yaitu pada banyaknya produksi roti tunggal isi coklat (x_1), roti tunggal isi keju (x_2) dan roti tunggal isi durian (x_7) karena solusi yang dibutuhkan adalah solusi berupa bilangan *integer*. Maka, selanjutnya akan digunakan metode *Branch and Bound* agar solusi yang dihasilkan berupa bilangan *integer*.

Analisis Metode *Branch and Bound*

Langkah pertama yang dilakukan dalam pencarian solusi *integer* adalah dengan menentukan batas atas (BA) dan batas bawah (BB) dari nilai solusi yang telah diperoleh menggunakan metode Simplek berbantuan *software* Lindo. Batas atas (BA) merupakan solusi awal yang didapatkan sebelumnya yaitu $x_1 = 2531,25$, $x_2 = 255,68$, $x_3 = 375$, $x_4 = 1980$, $x_5 = 1250$, $x_6 = 980$, $x_7 = 139,25$, $x_8 = 80$ dengan keuntungan maksimalnya (z) Rp42.773.951,46. Sedangkan batas bawah (BB) merupakan hasil pembulatan ke bawah dari solusi awal yang didapatkan sebelumnya yaitu $x_1 = 2531$, $x_2 = 255$, $x_3 = 375$, $x_4 = 1980$, $x_5 = 1250$, $x_6 = 980$, $x_7 = 139$, $x_8 = 80$ dengan keuntungan maksimalnya (z) Rp42.766.900. Setelah menentukan batas atas (BA) dan batas bawah (BB), kemudian dilakukan percabangan (*branching*) dari variabel keputusan. Percabangan dilakukan hingga mendapatkan hasil yang paling optimal.

Dari hasil perhitungan menggunakan metode *Branch and Bound*, maka didapatkan hasil optimal yaitu keuntungan maksimal (Z) adalah Rp42.770.200 dengan banyaknya produksi per bulan untuk setiap roti tunggal adalah 2528 loyang roti tunggal isi coklat, 255 loyang roti tunggal isi keju, 375 loyang roti tunggal isi kacang coklat, 1980 loyang roti tunggal isi kelapa, 1250 loyang roti tunggal isi srikaya, 980 loyang roti tunggal isi kacang hijau, 142 loyang roti tunggal isi durian dan 80 loyang roti tunggal isi kacang merah.

Perbandingan Keuntungan

Perbandingan keuntungan Toko Roti Tungkal Ani Hanim dan keuntungan yang diperoleh dengan metode *Branch and Bound* adalah sebagai berikut:

Tabel 7. Perbandingan Keuntungan

No.	Jenis Produk	Toko Roti		Branch and Bound	
		Jumlah Produksi (Loyang)	Keuntungan	Jumlah Produksi (Loyang)	Keuntungan
1.	Roti Tungkal isi Coklat	2500	Rp13.500.000	2528	Rp13.651.200
2.	Roti Tungkal isi Keju	240	Rp1.440.000	255	Rp1.530.000
3.	Roti Tungkal isi Kacang Coklat	370	Rp2.146.000	375	Rp2.175.000
4.	Roti Tungkal isi Kelapa	1980	Rp11.484.000	1980	Rp11.484.000
5.	Roti Tungkal isi Srikaya	1240	Rp6.820.000	1250	Rp6.875.000
6.	Roti Tungkal isi Kacang Hijau	980	Rp5.684.000	980	Rp5.684.000
7.	Roti Tungkal isi Durian	120	Rp780.000	142	Rp923.000
8.	Roti Tungkal isi Kacang Merah	80	Rp448.000	80	Rp448.000
Total		7510	Rp42.302.000	7590	Rp42.770.200

Setelah menggunakan metode *Branch and Bound* banyaknya produksi bertambah sebanyak 80 loyang roti tunggal. Sehingga setelah dilakukan pengoptimalan dengan metode *Branch and Bound* banyaknya keuntungan pada Toko Roti Tungkal Ani Hanim meningkat sebesar Rp468.200 atau sebesar 1,11% untuk setiap bulannya. Maka, dapat disimpulkan bahwa solusi yang diperoleh dari hasil pengoptimalan menggunakan metode *Branch and Bound* lebih optimal dan mendapatkan keuntungan yang lebih maksimal daripada sistem produksi toko roti tersebut.

Analisis Sensitivitas

Setelah diperoleh solusi yang optimal, kemudian dilakukan analisis sensitivitas terhadap koefisien fungsi tujuan dan konstanta ruas kanan fungsi kendala. Analisis sensitivitas dilakukan dengan menggunakan bantuan *software* Lindo. *Increase* adalah batas atas maksimum dan *Decrease* adalah batas bawah maksimum.

1. Perubahan pada koefisien fungsi tujuan

Tabel 8. Perubahan Koefisien Fungsi Tujuan

Variabel	Koefisien	Batas bawah maksimal	Batas atas maksimal	Rentang perubahan
x_1	5400	850	2333,82	[4550 ; 7733,82]
x_2	6000	1450	Infinity	[4550 ; ∞)
x_3	5800	916,07	Infinity	[4884 ; ∞)
x_4	5800	Infinity	3300	(∞ ; 9100]
x_5	5500	950	Infinity	[4550 ; ∞)
x_6	5800	Infinity	1610	(∞ ; 7410]
x_7	6500	1115,38	1214,29	[5385 ; 7714,29]
x_8	5600	Infinity	1160	(∞ ; 6760]

Berdasarkan hasil output analisis sensitivitas menggunakan bantuan *software* Lindo tersebut, dapat disimpulkan bahwa dapat dilakukan perubahan nilai keuntungan atau penambahan dan pengurangan nilai keuntungan pada setiap variabel seperti pada tabel diatas.

Jika perubahan koefisien variabel keputusan mengikuti hasil output tersebut, maka tidak akan mempengaruhi solusi yang optimal.

2. Perubahan pada konstanta ruas kanan fungsi kendala

Tabel 9. Rentang perubahan pada konstanta ruas kanan kendala

Fungsi Kendala	Persediaan	Batas Bawah Maksimal	Batas Atas Maksimal	Rentang Perubahan
Tepung Terigu	1800	281,76	Infinity	[1518,24 ; ∞)
Kuning Telur	90	14,09	Infinity	[75,91; ∞)
Gula	360	0,96	0,83	[359,04 ; 360,83]
Mentega	150	11,69	Infinity	[138,31 ; ∞)
Ragi	12	0,61	Infinity	[11,39 ; ∞)
Coklat	300	2,66	3,08	[297,34 ; 303,08]
Keju	22,5	1,38	2,42	[21,12 ; 24,92]
Kacang Tanah	22,5	0,3	2,72	[22,2 ; 25,22]
Kelapa Parut	120	7,14	Infinity	[112,86 ; ∞)
Srikaya	120	0,96	264	[119,04 ; 384]
Kacang Hijau	90	1,8	Infinity	[88,2 ; ∞)
Durian	12	1,28	Infinity	[10,72 ; ∞)
Kacang Merah	7,5	0,7	Infinity	[6,8 ; ∞)
Roti Tungkal isi Coklat	2500	Infinity	31,25	(∞ ; 2531,25]
Roti Tungkal isi Keju	240	Infinity	15,68	(∞ ; 255,68]
Roti Tungkal isi Kacang Coklat	370	Infinity	5	(∞ ; 375]
Roti Tungkal isi Kelapa	1980	11,85	13,75	[1993,75 ; 2531,25]
Roti Tungkal isi Srikaya	1240	Infinity	10	(∞ ; 1250]
Roti Tungkal isi Kacang Hijau	980	14,56	16,88	[996,88 ; 965,44]
Roti Tungkal isi Durian	120	Infinity	19,25	(∞ ; 139]
Roti Tungkal isi Kacang Merah	80	15,96	8,24	[88,24 ; 64,04]

Berdasarkan hasil output analisis sensitivitas menggunakan bantuan *software* Lindo tersebut, dapat disimpulkan bahwa dapat dilakukan perubahan pada banyaknya persediaan bahan baku pada setiap variabel seperti pada tabel diatas. Jika perubahan pada konstanta ruas kanan kendala mengikuti hasil output tersebut, maka tidak akan mempengaruhi solusi yang optimal.

PENUTUP

Dari hasil pengolahan data menunjukkan bahwa banyaknya produksi yang diterapkan pada Toko Roti Tungkal Ani Hanim masih belum optimal. Sehingga hasil analisis yang diperoleh menggunakan metode Branch and Bound dengan berbantuan *software* Lindo menunjukkan bahwa banyaknya produksi optimal untuk mendapatkan keuntungan yang maksimal adalah 2528 loyang roti tunggal isi coklat, 255 loyang roti tunggal isi keju, 375 loyang roti tunggal isi kacang coklat, 1980 loyang roti tunggal isi kelapa, 1250 loyang roti tunggal isi srikaya, 980 loyang roti tunggal isi kacang hijau, 142 loyang roti tunggal isi durian dan 80 loyang roti tunggal isi kacang merah. Sehingga Toko Roti Tungkal Ani Hanim akan mendapatkan keuntungan sebesar Rp42.770.200. Hasil keuntungan tersebut lebih optimal dibandingkan banyaknya produksi yang diterapkan oleh Toko Roti Tungkal Ani Hanim.

Keuntungan yang didapatkan Toko Roti Tungkal Ani Hanim meningkat sebesar Rp468.200 atau sebesar 1,11% untuk setiap bulannya.

Hasil analisis sensitivitas terhadap koefisien fungsi tujuan dan konstanta ruas kanan kendala yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa perubahan dengan menambahkan dan mengurangi nilai koefisien fungsi tujuan serta konstanta ruas kanan kendala akan mempengaruhi keoptimalan solusi. Akan tetapi, agar tetap optimal harus berdasarkan dengan batas atas maksimum dan batas bawah maksimum sesuai dengan output yang telah dihasilkan menggunakan *software* Lindo. Namun terdapat hasil "*Infinity*" pada batas atas maksimum dan batas bawah maksimum yang artinya penambahan atau pengurangan nilai koefisien fungsi tujuan serta konstanta ruas kanan kendala tidak akan mempengaruhi keoptimalan solusi.

REFERENSI

- Alfian, A. (2019). Model Integer Programming untuk Mengoptimalkan Perencanaan Produksi Di UKM "X". *Jurnal Ilmiah Teknik Industri*, 7(2), 99-107.
- Marulizar, T. (2018). Optimasi Program Linier Integer Murni dengan Metode Branch and Bound. *Conference Series: Science & Technology*, 1(2), 175-181.
- Pagiling, R., *et al.* (2015, Juni). Optimalisasi Hasil Produksi Tahu dan Tempe Menggunakan Metode Branch and Bound (Studi Kasus: Pabrik Tempe Eri Jl. Teratai No.04 Palu Selatan). *Jurnal Ilmiah Matematika dan Terapan*, 12(1), 53-63.
- Pianda, D. (2018). *Optimasi Perencanaan Produksi pada Kombinasi Produk dengan Metode Linear Programming*. Sukabumi: CV Jejak.
- Rahmi, & Suryani, M. (2018). *Buku Ajar Program Linier*. Yogyakarta: Deepublish.