Imajiner: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika
ISSN (Online): 2685-3892
Vol. 7, No. 4, Juli 2025, Hal. 308-316
Available Online at journal.upgris.ac.id/index.php/imajiner

Pemodelan Matematika Tipe $S_1S_2E_1E_2I_1I_2T$ Pada Diabetes Melitus Tipe 2 Dengan Mempertimbangkan *Treatment* Yang Diakibatkan Adanya Pengaruh Obesitas

Sisca Sri Dewi Saragih[1], Lola Zeramenda Br Tarigan[2], Afdhal Ahkrizal[3], Hokkop Efendi Hasibuan[4]
[1,2,4] Universitas Royal
[3]Universitas Muhammadiyah Bogor Raya
[1]siscasridewi29@gmail.com

ABSTRAK

Diabetes Melitus Tipe 2 salah satu penyumbang terbesar dalam dunia Kesehatan pada penyakit tidak menular di Indonesia. Banyaknya orang terkena baik karena Obesitas secara genetik ataupun obesitas karena makanan. Pemodelan matematika merupakan salah satu cara melihat bagaimana perkembangan penyebaran penyakit Diabetes Mellitus Tipe 2. Model yang digunakan dalam penelitian ini adalah $S_1S_2E_1E_2I_1I_2T$ dan akan dilihat kestabilannya. Artikel dibahas mengenai kestabilan titik tetap dengan menggunakan matriks Jacobian dan kriteria Routh-Hurwitz serta Teorema Castilo-Chaves dan Song, bilangan reproduksi, serta analisis numeriknya.
Kata kunci: Pemodelan Matematika; Diabetes Mellitus Tipe 2; Kestabilan

ABSTRACT

Diabetes Mellitus Type 2 is one of the largest contributors to the world of health in non-communicable diseases in Indonesia. Many people are affected either because of genetic obesity or obesity due to food. Mathematical modeling is one way to visualize the development and spread of Type 2 diabetes mellitus. The model used in this study is S1S2E1E2I1I2T and its stability will be seen. The article discusses the stability of fixed points using the Jacobian matrix and the Routh-Hurwitz criteria as well as the Castilo-Chaves and Song Theorem, reproduction numbers, and their numerical analysis.

Keywords: Mathematical Modeling; Type 2 Diabetes Mellitus; Stability

PENDAHULUAN

Penyakit terbagi menjadi dua yaitu penyakit menular dan tidak menular. (Darmawan, 2018) Penyakit Menular adalah penyakit yang harus memiliki inang sebagai perantara agar penyebaran terjadi sedangkan penyakit tidak menular tidak memerlukan perantara dan dalam artikel ini akan di bahas mengenai penyakit tidak menular (Darmawan, 2018; Irianto, 2014). Penyakit tidak menular (PTM) adalah masalah kesehatan yang sering terjadi di seluruh dunia, dengan diabetes mellitus menjadi salah satu penyebab penyumbang paling banyak baik hanya sakit ataupun kematian. Diabetes mellitus adalah suatu gangguan metabolis dalam jangka panjang yang ditandai dengan kadar gula darah yang tinggi akibat kesulitan pada sekresi insulin, fungsi insulin, atau kedua-duanya (Sihaloho, 2020). Kondisi ini tidak hanya mempengaruhi kualitas hidup individu, tetapi juga memberikan dampak biaya yang signifikan bagi sistem Kesehatan terutama pada negara berkembang seperti Indonesia

Penyakit diabetes masih meningkat dengan mengkhawatirkan di Indonesia. Berdasarkan, informasi dari Kementerian Kesehatan, diabetes melitus pada populasi berusia 15 tahun ke atas naik dari 10,9% di tahun 2018 menjad]i 11,7% di tahun 2023 Erlina F. Santika, 2023). Disisilain, International Diabetes Federation (IDF) melaporkan bahwa pada tahun 2024, sekitar 11,3% dari populasi orang dewasa di Indonesia mengalami diabetes, dengan jumlah total kasus lebih dari 20 juta orang (Rokom, 2024; Yoanes Litha, 2024).

Faktor lonjakan penyakit ini dipengaruhi oleh berbagai faktor risiko, termasuk faktor genetik dan obesitas (Ashari et al., 2021; Sulaiman, 2021). Orang-orang yang memiliki riwayat keluarga dengan diabetes lebih rentan untuk mengembangkan penyakit ini. Selain itu, obesitas khususnya obesitas tipe sentral, merupakan salah satu faktor risiko utama yang berperan dalam timbulnya resistensi insulin dan mempercepat kemajuan diabetes Tipe 2 (Rosyidah & Cahyono, 2025). Kebiasaan makan yang tinggi kalori, minimnya aktivitas fisik, serta gaya hidup yang kurang aktif juga memperburuk keadaan ini (Ashari et al., 2021).

Oleh karena itu, pemodelan matematika sangat diperlukan agar mendapatkan pemahaman yang lebih tentang penyebaran dan pertumbuhan kasus diabetes (Ashari et al., 2021; Robbaniyyah et al., 2024). Dengan menggunakan model matematis, peneliti bisa mengambarkan perkembangan penyakit, menilai skenario intervensi, serta meramalkan kecenderungan epidemik di masa depan berdasarkan beragam variabel seperti tingkat obesitas, predisposisi genetik, deteksi dini, dan modifikasi gaya hidup.

Penelitian sebelumnya telah mengembangkan model matematika untuk menentukan penyebaran diabetes. Ashari et al. (2021) mengembangkan model matematika DM Tipe 2 yang diakibatkan obesitas dan inaktivitas fisik. Nasution et al. (2025) menganalisis model SEIRS pada penderita DM Tipe 2 dengan Metode Runge Kutta. Sudargo et al. (2018) menyatakan terjadinya penurunan perkembangan prevalensi obesitas di negara berkembang termasuk indonesia dapat dipengaruhi oleh perubahan gaya hidup[12]. Fajri (2020) mengembangkan model SEIITR untuk DM dengan mempertimbangkan *Treatment* dan menambahan insulin. Sementara itu, Fadhila Isnaini et al. (2017) mengembangkan model matematika DM Tipe 2 dengan mempertimbangkan probabilitas nya untuk melihat resiko tinggi penyebaran. Penelitian-penelitian ini menunjukkan bahwa faktor genetik dan obesitas tidak hanya mempercepat kejadian penyakit, tetapi juga berdampak pada efektivitas intervensi jangka panjang. Maka dari itu, diperlukan lagi perkembangan model endemik agar dapar menggambarkan penyebarannya agar bisa diprediksi dan dikendalikan.

Akan tetapi, studi tentang penggabungan berbagai faktor risiko dalam model matematis yang lebih komprehensif masih sangat terbatas, terutama dalam konteks populasi tertentu. Oleh karena itu, dalam karya ilmiah ini akan dikembangkan model matematika untuk penyebaran Diabetes Mellitus Tipe 2 yang mengintegrasikan faktor genetik (Widyaningsih et al., 2018), obesitas (Ashari et al., 2021; Sulaiman, 2021), serta parameter epidemiologis lainnya dengan mempertimbangkan *Treatment* (Fajri, 2020; Suryanto, 2019), bertujuan untuk mendapatkan pemahaman yang lebih mendalam tentang mekanisme penyebaran dan pengendalian penyakit ini dalam suatu populasi.

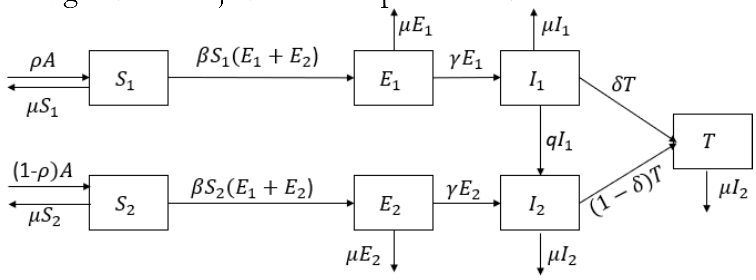
METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan dengan memformulasikan model sistem dinamik. Misalkan populasi terdiri atas tujuh kompartemen, yakni orang rentan karena adanya pengaruh genetika obesitas S_1, orang rentan karena obesitas makanan S_2, orang terpapar Diabetes Melitus Tipe 2 karena genetika obesitas E_1, Orang terpapar Diabetes Melitus Tipe 2 karena obesitas akibat makanan E_2, Orang terkena Obesitas akibat genetika I_1, Orang terkena Obesitas I_2, orang tang melakukan pengobatan T:

1. Orang yang terkena Diabetes Melitus Tipe 2 diakibatkan dua hal yaitu Obesitas karena genetik dan obesitas karena makanan.
2. Orang yang terinfeksi Diabetes melitus Tipe 2 akan menjalani pengobatan dan

bukan sembuh tetapi menambah kemungkinan bertahan hidup.

Asumsi yang telah dipertimbangkan menurut penyebaran Diabetes Mellitus Tipe 2 kemudian digambar menjadi sistem seperti Gambar 1.



Gambar 1. Sistem Kompartemen Penyakit Diabetes Mellitus Tipe 2

Berdasarkan Gambar 1 diperoleh sistem persamaan diferensial berikut:

$$
\begin{aligned}
\frac{dS_1}{dt} &= \rho A - \beta S_1(E_1 + E_2) - \mu S_1 \\
\frac{dS_2}{dt} &= (1-\rho)A - \beta S_2(E_1 + E_2) - \mu S_2 \\
\frac{dE_1}{dt} &= \beta S_1(E_1 + E_2) - \gamma E_1 - \mu E_1 \\
\frac{dE_2}{dt} &= \beta S_2(E_1 + E_2) - \gamma E_2 - \mu E_2 \\
\frac{dI_1}{dt} &= \gamma E_1 - qE_1 - \delta T - \mu E_2 \\
\frac{dI_2}{dt} &= \gamma E_2 + qE_1 - (1-\delta)T - \mu I_2 \\
\frac{dT}{dt} &= \delta T + (1-\delta)T - \mu T
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Tabel 1. Parameter Penyakit Diabetes Mellitus Tipe 2

Simbol	Keterangan	Satuan
ρ	Proporsi Kelahiran Alami	
μ	Angka kelahitan Alami	1/waktu
β	Laju Transisi penyebaran penyakit	1/waktu
δ	Proporsi orang yang melakukan pengobatan	
γ	Peluang Orang terkena Diabetes Mellitus tipe 2	
q	Proporsi yang terkena penyakit	1/wakti
μ_1	Laju kematian akibat penyakit	1/waktu

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penentuan Titik Tetap

Titik tetap akan ada dua, yakni tetap bebas penyakit dimana pada sistem dianggap tidak ada penyebaran penyakit dan titik tetap endemik dimana kondisi ini sistem akan terdapat penyebaran penyakit.Titik bebas penyakit yaitu,

$K^0(S_1^0, S_2^0, E_1^0, E_2^0, I_1^0, I_2^0, T^0) = \left(\frac{A\rho}{\mu}, \frac{A(1-\rho)}{\mu}, 0,0,0,0,0\right)$ dan titik tetap endemik

$K^*(S_1^*, S_2^*, E_1^*, E_2^*, I_1^*, I_2^*, T^*)$

$$S_1^* = \frac{A\rho}{E_1\beta + E_2\beta + \mu} \qquad I_1^* = \frac{E_1\gamma}{q + \delta + \mu}$$

$$S_2^* = \frac{A(1-\rho)}{E_1 + E_2 + \mu} \qquad I_2^* = \frac{I_1\, q + E_2\gamma}{(1-\delta) + \mu}$$

$$E_1^* = \frac{E_2 S_1 \beta}{\gamma + \mu - S_1\beta} \qquad T^* = \frac{I_2 + I_1\delta - I_2\delta}{\mu + \mu_1}$$

$$E_2^* = \frac{E_1 S_2 \beta}{\gamma + \mu - S_2 \beta}$$

Bilangan Reproduksi Dasar ($\mathcal{R}_0$)

Bilangan reproduksi dasar ($\mathcal{R}_0$) dibuat dengan menggunakan *the next generation matrix* dengan $G = FV^{-1}$ dimana

$$F = \begin{pmatrix} \beta\frac{A\rho}{\mu} & \beta\frac{A\rho}{\mu} & 0 & 0 & 0 \\ \beta\frac{A(1-\rho)}{\mu} & \beta\frac{A(1-\rho)}{\mu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{dan}$$

$$V = \begin{pmatrix} -\gamma-\mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma-\mu & 0 & 0 & 0 \\ \gamma & 0 & -q-\mu-\delta & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & q & -\mu-(1-\delta) & 0 \\ 0 & 0 & \delta & (1-\delta) & -\mu-\mu1 \end{pmatrix}$$

Sehingga diperoleh bilangan reproduksi dasar adalah

$$\mathcal{R}_0 = \frac{A\beta}{\mu(\gamma+\mu)}$$

Kestabilan Titik Tetap

Teorema 1. Kestabilan titik tetap bebas penyakit pada titik K^0 akan stabil asimtotik lokal jika dan hanya jika $\mathcal{R}_0 < 1$ dan tidak stabil jika $\mathcal{R}_0 > 1$

Bukti:

Kestabilan titik tetap yang dianalisis dengan mensubstitusi titik tetap bebas penyakit $K^0(S_1^0, S_2^0, E_1^0, E_2^0, I_1^0, I_2^0, T^0)$ kedalam matriks Jacobian seperti dibawah ini:

$$J^0 = \begin{bmatrix} J_{11} & 0 & J_{13} & J_{14} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{22} & J_{23} & J_{24} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{33} & J_{34} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{43} & J_{44} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{53} & 0 & J_{55} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{64} & J_{65} & J_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{75} & J_{76} & J_{77} \end{bmatrix}$$

dimana

$$J_{11} = -\mu$$
$$J_{13} = -\frac{A\beta\rho}{\mu}$$
$$J_{14} = -\frac{A\beta\rho}{\mu}$$
$$J_{22} = -\mu$$
$$J_{23} = -\frac{A(1-\rho)}{\mu}$$
$$J_{24} = -\frac{A(1-\rho)}{\mu}$$
$$J_{33} = -\gamma-\mu+\frac{A\beta\rho}{\mu}$$
$$J_{34} = \frac{A\beta\rho}{\mu}$$
$$J_{43} = \frac{A\beta(1-\rho)}{\mu}$$
$$J_{44} = -\gamma-\mu+\frac{A\beta(1-\rho)}{\mu}$$
$$J_{53} = \gamma$$
$$J_{55} = -q-\delta-\mu$$
$$J_{64} = \gamma$$
$$J_{65} = q$$
$$J_{66} = -(1-\delta)-\mu$$
$$J_{75} = \delta$$
$$J_{76} = 1-\delta$$
$$J_{77} = -\mu-\mu_1$$

dengan persamaan $|J_{K^0} - \lambda I| = 0$ maka diperoleh 7 nilai eigen yang dianalisis, yakni $(J_{11} - \lambda)(J_{22} - \lambda)(J_{55} - \lambda)(J_{66} - \lambda)(J_{77} - \lambda)$ maka diperoleh $\lambda_1 = -\mu, \lambda_2 = -\mu, \lambda_3 = -q-\delta-\mu$ $, \lambda_4 = -(1-\delta)-\mu, \lambda_5 = -\mu-\mu_1$, artinya lima nilai eigen negatif sedangkan dua nilai eigen lainnya dapat diperoleh dengan menggunakan bantuan Kriteria Routh-Hurwitz.

$$(c_0\lambda^2 + c_1\lambda + c_2) = 0$$

dimana

$c_0 = 1 > 0$

$c_1 = 2\gamma + \mathcal{R}_0(\gamma + \mu) + 2\mu > 0$

$c_2 = \mathcal{R}_0\mu(\gamma + \mu)\gamma_2 + \mathcal{R}_0(\gamma + \mu)\gamma + 2\gamma\mu + \mu 2 > 0$

karena setiap parameter bernilai positif sehingga pastinya $c_1, c_2 > 0$ dan ini memenuhi kriteria Routh Hurwitz dan memenuhi $\mathcal{R}_0 < 1$, maka nilai eigennya akan bernilai negatif. Terbukti titik tetap bebas penyakit akan stabil asimtotik.

Teorema 2 : Jika $\mathcal{R}_0 > 1$ maka titik tetap endemik, bersifat stabil asimtotik

Bukti:

Pembuktian menggunakan Teorema Castillo-Chaves dan Song. Misalkan $\varphi = \beta$ adalah parameter bifurkasi. Berdasarkan $\mathcal{R}_0 = 1$ mengakibatkan

$$\beta = \varphi * = \frac{\mu(\gamma + \mu)}{A}$$

titik tetap K^0 memiliki tujuh nilai eigen jika $\mathcal{R}_0 = 1$ atau $\beta = \varphi^*$. Nilai eigen tersebut memiliki vektor eigen kanan $(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7)$ dan vektor eigen kiri $(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7)$ yang saling berkaitan.Vektor eigen kanan $\lambda = 0$ diperoleh dengan menyelesaikan persamaan $(J_{K^0} - \lambda I)u = 0$, sehingga:

misalkan $u_5 > 0$,

$$u_3 = -\frac{J_{55}}{J_{33}}u_4 = -\frac{-q-\delta-\mu}{\gamma}u_4 > 0$$

$$u_4 = -\frac{J_{34}}{J_{44}}u_3 = -\frac{\frac{A\beta\rho}{\mu}}{-\gamma-\mu+\frac{A\beta(1-\rho)}{\mu}}u_3 > 0$$

$$u_6 = -\frac{J_{64}}{J_{66}}u_4 - \frac{J_{65}}{J_{66}}u_5 = -\frac{\gamma}{-(1-\delta)-\mu} - \frac{q}{-(1-\delta)-\mu} > 0$$

$$u_1 = -\frac{J_{13}}{J_{11}}u_3 - \frac{J_{14}}{J_{11}}u_4 = -\frac{-\frac{A\beta\rho}{\mu}}{-\mu}u_3 - \frac{-\frac{A\beta\rho}{\mu}}{-\mu}u_4 < 0$$

$$u_2 = -\frac{J_{23}}{J_{22}}u_3 - \frac{J_{24}}{J_{22}}u_4 = -\frac{-\frac{A(1-\rho)}{\mu}}{-\mu}u_3 - \frac{-\frac{A(1-\rho)}{\mu}}{-\mu}u_4 < 0$$

$$u_7 = -\frac{J_{75}}{J_{77}}u_5 - \frac{J_{76}}{J_{77}}u_6 = -\frac{\delta}{-\mu-\mu_1}u_5 - \frac{1-\delta}{-\mu-\mu_1}u_6 > 0$$

sehingga diperoleh $u_1, u_2 < 0$, dan $u_3, u_4, u_5, u_6, u_7 > 0$.

Vektor eigen kiri $\lambda = 0$ diperoleh dengan menyelesaikan persamaan $(J_{K^0}^T - \lambda I)v = 0$,

misalkan, $v_4 > 0$

$J_{11}v_1 = 0$, maka $v_1 = 0$

$J_{22}v_2 = 0$, maka $v_2 = 0$

$J_{66}v_6 = 0$, maka $v_6 = 0$

$$v_5 = -\frac{J_{65}}{J_{55}}v_6 = 0$$

$$v_3 = -\frac{J_{13}}{J_{33}}u_1 - \frac{J_{23}}{J_{33}}u_2 - \frac{J_{43}}{J_{33}}u_4 - \frac{J_{53}}{J_{33}}u_5 = -\frac{\frac{A\beta(1-\rho)}{\mu}}{-\gamma-\mu+\frac{A\beta(1-\rho)}{\mu}}u_4 > 0$$

Sehingga diperoleh $v_1 = v_2 = v_6 = v_5 = 0$ dan $v_3, v_4 > 0$

dengan

$x_1 = S_1;\ x_2 = S_2;\ x_3 = E_1;\ x_4 = E_2;\ x_5 = I_1;\ x_6 = I_2;\ x_7 = T$

$$f_1 = \frac{dx_1}{dt} = \rho A - \varphi x1(x3 + x4) - \mu x1$$

$$f_2 = \frac{dx_2}{dt} = (1 - \rho)A - x2(x3 + x4) - \mu x2$$
$$f_3 = \frac{dx_3}{dt} = \varphi x1(x3 + x4) - \gamma x3 - \mu x3$$
$$f_4 = \frac{dx_4}{dt} = \varphi x2(x3 + x4) - \gamma x4 - \mu x4$$
$$f_5 = \frac{dx_5}{dt} = \gamma x3 - qx5 - \delta x5 - \mu x5$$
$$f_6 = \frac{dx_6}{dt} = \gamma x4 + qx5 - (1 - \delta)x6 - \mu x6$$
$$f_7 = \frac{dx_7}{dt} = \delta x5 + (1 - \delta)x6 - \mu x_7 - \mu_1 x7$$

Sehingga berdasarkan persamaan diperoleh:

$$a = v_3u_2u_4\frac{\partial^2 f_3}{\partial x_2 x_4}(T^0,\varphi^*) + v_3u_1u_4\frac{\partial^2 f_3}{\partial x_1 x_4}(T^0,\varphi^*) + v_4u_2u_4\frac{\partial^2 f_4}{\partial x_2 x_4}(T^0,\varphi^*) + v_4u_2u_3\frac{\partial^2 f_4}{\partial x_1 x_5}(T^0,\varphi^*)$$

karena $u_1, u_2 < 0$, dan $u_3, u_4, u_5, v_3, v_4 > 0$, maka $a < 0$, dan

$$b = v_3u_3\frac{\partial^2 f_3}{\partial x_3\varphi}(T^0,\varphi^*) + v_3u_4\frac{\partial^2 f_3}{\partial x_4\varphi}(T^0,\varphi^*) + v_4u_3\frac{\partial^2 f_3}{\partial x_3\varphi}(T^0,\varphi^*) + v_4u_4\frac{\partial^2 f_3}{\partial x_4\varphi}(T^0,\varphi^*)$$

karena $u_3, u_4, v_3, v_4 > 0$, maka $b > 0$

Nilai a dan b yang diperoleh dengan $a < 0$ dan $b > 0$ ini sesuai dengan kasus 4 pada Teorema Castillo-Chaves dan song. Akibatnya $\varphi < \varphi^*(\mathcal{R}_0 < 1)$ menjadi $\varphi < \varphi * (\mathcal{R}_0 > 1)$, titik tetap endemik K^0 yang tidak stabil sehingga berubah menjadi positif hingga menyebabkan stabil asimtotik lokal.

Simulasi Numerik

Simulasi ini dilakukan dengan menggunakan *Wolfram Mathematica 11.0*, Adapun pada tahapan ini akan ada dua hal yang akan dilakukan yakni Ketika tanpa adanya penyebaran penyakit ketika $\mathcal{R}_0 < 1$ dan adanya penyebaran penyakit ketika $\mathcal{R}_0 > 1$ agar melihat apakah simulasi ini sesuai dengan teorema kestabilan dimana simulasi akan menuju titik tetapnya masing-masing kompartemen. Nilai parameter yang akan digunakan adalah

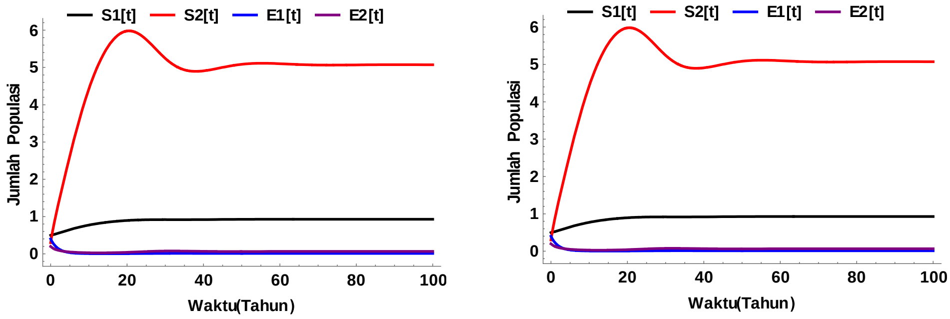
Tabel 2. Nilai Parameter Penyakit diabetes Mellitus Tipe 2

Simbol	**Nilai**		**Referensi**
	$\mathcal{R}_0 > 1$	$\mathcal{R}_0 < 1$	
A	1	1	(Nurazizah et al., 2024)
Β	0,1	0,05	(Nurazizah et al., 2024)
Μ	0,1	0,1	(Nurazizah et al., 2024)
Γ	0,5	0,5	(Sulaiman, 2021)
Ρ	0,1	0,1	(Sulaiman, 2021)
Δ	0,3	0,3	asumsi
Q	0,3	0,3	asumsi
μ_1	0,00001	0,00001	(Nurazizah et al., 2024)

Pada tabel diatas diperoleh beberapa hal dimana, A adalah populasi kelahiran alami maka minium pertahun ada kelahiran kita asumsikan 1 orang. μ_1 adalah orang yang meninggal karena penyakitnya sudah kronis dan menyababkan kerusakan tubuh akibat Diabetes Mellitus yang sangat menghawatirkan jadi kita asumsikan 1 orang dari 10000 kejadian. γ adalah kemungkinan orang yang kerkena obesitas baik karena gen ataupun karena makanan itu sekitar 50% akan terkena diabetes Mellitus. δ adalah orang yang awas terhadap penyakitnya dan melakukan Treatment dan menurut peneliti sebelumnya hanya 30% yang mau menjalani atas apapun alasanya mereka untuk menolak pengobatan.

Dinamika populasi ketika $\mathcal{R}_0 > 1$

Sistem yang telah kita buat sebelumnya kan kita gambarkan menggunakan bantuan Wolfram Mathematica 11.0 dengan menggunakan tabel nilai setiap simbol pada tabel. Pada kondisi ini adalah kondisi dimana sistem akan terdapat penyebaran penyakit. Berikut adalah gambar sistem nya:

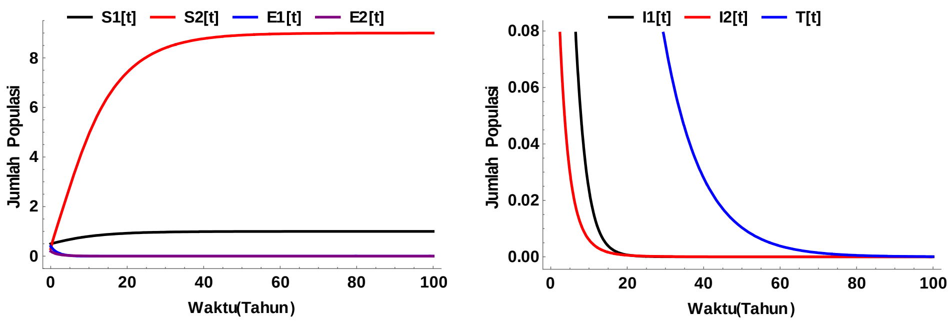


Gambar 2. Simulasi Penyebaran Penyakit ketika $\mathcal{R}_0 > 1$

Pada Gambar 2 diatas terlihat dengan jelas bahwa setiap kompartemen akan menuju titik tetapnya walaupun grafik setiap kompartemen terlihat naik turun dan jelas tidak akan menuju nol karena sistem akan terus mendapatkan bahwa akan tetap ada populasi yang terkena penyakit. Titik tetap penyakit akan menjadi S_1=0.928, S_2=5.071, E_1=0.0119, E_2=0.0654. Maka sistem telah terbukti sesuai teoremanya

Dinamika populasi ketika $\mathcal{R}_0 < 1$

Sistem yang telah kita buat sebelumnya kan kita gambarkan menggunakan bantuan Wolfram Mathematica 11.0 dengan menggunakan tabel nilai setiap simbol pada tabel. Pada kondisi ini adalah kondisi dimana sistem akan terdapat penyebaran penyakit. Berikut adalah gambar sistem nya:



Gambar 3. Simulasi Penyebaran Penyakit ketika $\mathcal{R}_0 < 1$

Pada Gambar 3 diatas terlihat dengan jelas bahwa setiap kompartemen akan menuju titik tetapnya walaupun grafik setiap kompartemen terlihat naik turun dan jelas akan menuju nol karena sistem kehilangan populasi yang terkena penyakit. Titik tetap penyakit akan menjadi S_1=1, S_2=9, E_1=0, E_2=0, I1=0, I_2=0, T=0. Maka sistem telah terbuktu sesuai teoremanya.

PENUTUP

Pemodelan matematika dapat membantu menggambarkan bagaimana penyebaran penyakit Diabetes Mellitus Tipe 2, dimana obesitas baik secara genetik ataupun tidak sangat mempenyaruhi pola penyebaran. Maka dari itu perlu penanganan yang cukup agar populasi rentan tidak terkena atau terhindar dari pengaruh obesitas yang dapat menyebabkan kenaikan resiko terkena Diabetes Mellitus. Hal ini dapat terbukti dari sistem yang dibuat secara numerik, dimana pada dinamika $\mathcal{R}_0 < 1$ penyebaran penyakit mengalami kehilangan penyebaran jika populasi rentan yang terkena pengaruh obesitas baik secara genetik ataupun karena makanan hanya sekitar 0,05. Begitu sebaliknya pada dinamika $\mathcal{R}_0 > 1$ akan tinggi jika ada sekitar 0,1 populasi rentan saja yang terkena maka populasi dengan penyakit akan tetap ada pada sistem. Terlihat pula model yang dibangun sudah stabil asimtotik lokal sesuai dengan teorema yang telah dibuktikan dengan metode Routh Hurwitz dan Teorema Castillo-Chaves dan Song.

UCAPAN TERIMAKASIH

Terimakasih kami ucapkan bagi semua yang telah terlibat pada penelitian ini, terutama kepada Universitas Royal yang telah membantu dalam pengembangan dan pendanaannya.

REFERENSI

Ashari, I., Arditama, P., Khoirunnisa, K., & Kharis, M. (2021). Permodelan Matematika Diabetes Melitus Tipe 2 Akibat Obesitas karena Makanan dan Inaktivitas Fisik. *Jurnal Neolectura Nucleus*, *2*(1), 23–32.

Darmawan, A. (2018). Epidemiologi Penyakit Menular dan Penyakit Tidak Menular. *Jambi Medical Journal*, *4*(2), 195–202. https://media.neliti.com/media/publications/70642-ID-none.pdf

Erlina F. Santika. (2023). *Prevalensi Diabetes Indonesia Naik Jadi 11,7% pada 2023*.

Fajri, N. (2020). SEIITR Model for Diabetes Mellitus Distribution in Case of Insulin and Care Factors. *Jurnal Inotera*, *5*(2), 100–106.

Irianto, K. (2014). Epidemiologi penyakit menular dan penyakit tidak menular. *Bandung: Alfabeta*.

Nasution, A. A., Cipta, H., & Widyasari, R. (2025). Analisis Model SEIRS pada Penderita Diabetes Melitus Tipe-2 menggunakan Metode Runge Kutta Orde-4. *Bilangan: Jurnal Ilmiah Matematika, Kebumian Dan Angkasa*, *3*(2), 148–160.

Nurazizah, S., Sani, A., Djafar, M. K., Somayasa, W., & Gubu, L. (2024). Model Matematika SEIR Pada Penyakit Diabetes Mellitus Tipe 2: Model Matematika SEIR Pada Penyakit Diabetes Mellitus Tipe 2. *Jurnal Matematika Komputasi Dan Statistika*, *4*(1), 523–530.

Robbaniyyah, N. A., Salwa, S., & Maharani, A. E. S. H. (2024). Numerical Analysis of Mathematical Model for Diabetes Mellitus Disease by Using Adam-Bashfort Moulton Method. *Eigen Mathematics Journal*, *7*(2), 121–129.

Rokom. (2024, January 10). *Saatnya Mengatur Si Manis*. Sehat Negeriku Sehatlah Bangsaku.

Rosyidah, N. N., & Cahyono, E. A. (2025). Diabetes Melitus Tipe 2; Artikel Review. *Enfermeria Ciencia*, *3*(1), 44–63.

Sihaloho, E. (2020). Diabetes Mellitus Tipe II Gula Darah Tak Terkontrol Dengan Ulkus Pedis Dextra Digiti III Dan Prehipertensi. *Medula: Jurnal Profesi Kedokteran Universitas Lampung*, *1*(02), 36–42.

Sudargo, T., Freitag, H., Kusmayanti, N. A., & Rosiyani, F. (2018). *Pola makan dan obesitas*. UGM press.

Sulaiman, L. (2021). Faktor obesitas dan faktor keturunan dengan kejadian kasus Diabetes Mellitus. *Riset Informasi Kesehatan*, *10*(1), 74–79.

Suryanto, E. D. (2019). Mathematics modeling of diabetes mellitus type SEIIT by Considering treatment and genetics factors. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, *506*(1), 012024.

Widyaningsih, P., Affan, R. C., & Saputro, D. R. S. (2018). A mathematical model for the epidemiology of diabetes mellitus with lifestyle and genetic factors. *Journal of Physics: Conference Series*, *1028*, 012110.

Yoanes Litha. (2024). *Jumlah Penderita Diabetes di Indonesia Terus Meningkat*. VOA.