Imajiner: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika
ISSN (Online): 2685-3892
Vol. 7, No. 3, Mei 2025, Hal. 152-160
Available Online at journal.upgris.ac.id/index.php/imajiner

Perbandingan Integrasi Numerik Metode *Romberg* dan *Gauss-Legendre* menggunakan Matlab R2023b

Andi Muhammad Toha[1], Aleza Dwi Septi[2], Suci Nandiah Puspandari[3], Ari Wibowo[4]
[1,2,3,4]Universitas Islam Negeri Raden Mas Said Surakarta
Email: [1]anditoha255@gmail.com

ABSTRAK

Penyelesaian integral dengan bentuk persamaan yang kompleks sering kali sulit dilakukan secara analitik, sehingga dibutuhkan pendekatan alternatif seperti metode numerik. Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan tingkat akurasi metode integrasi numerik Romberg dan Gauss-Legendre dalam menyelesaikan integral fungsi trigonometri, eksponensial, dan polinomial berbasis pemrograman Matlab R2023b. Jenis penelitian ini adalah eksperimen dengan tahapan meliputi penentuan soal integral, pengolahan data menggunakan script Matlab, dan analisis hasil. Tiga soal integral digunakan sebagai instrumen, masing-masing mewakili satu jenis fungsi. Proses perhitungan mencakup penentuan nilai eksak, nilai aproksimasi, galat absolut, dan galat relatif. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pada fungsi trigonometri, metode Gauss-Legendre memberikan akurasi lebih tinggi dibandingkan Romberg. Sebaliknya, metode Romberg lebih unggul dalam mengintegrasikan fungsi eksponensial dan polinomial. Selain itu, dikembangkan pula antarmuka GUI Matlab yang interaktif untuk mempermudah pengguna dalam menerapkan kedua metode secara visual. GUI ini terbukti efektif dalam menyajikan hasil perhitungan integral lengkap dengan informasi nilai eksak dan nilai galat. Secara keseluruhan, baik metode Romberg maupun Gauss-Legendre mampu memberikan hasil integrasi yang akurat, namun tingkat akurasi dipengaruhi oleh karakteristik fungsi dan parameter integrasi. Oleh karena itu, pemilihan metode yang tepat sangat bergantung pada jenis fungsi yang diintegrasikan.

Kata Kunci: Gauss-Legendre; Matlab; Romberg.

ABSTRACT

Integral solutions with complex equations are often difficult to do analytically, so alternative approaches such as numerical methods are needed. This study aims to compare the accuracy levels of the Romberg and Gauss-Legendre numerical integration methods in solving integrals of trigonometric, exponential, and polynomial functions based on Matlab R2023b programming. This type of research is an experiment with stages including determining integral problems, processing data using Matlab scripts, and analyzing results. Three integral problems are used as instruments, each representing one type of function. The calculation process includes determining exact values, approximation values, absolute errors, and relative errors. The results show that in trigonometric functions, the Gauss-Legendre method provides higher accuracy than Romberg. Conversely, the Romberg method is superior in integrating exponential and polynomial functions. In addition, an interactive Matlab GUI interface was also developed to make it easier for users to apply both methods visually. This GUI has proven effective in presenting integral calculation results complete with exact value information and error values. Overall, both Romberg and Gauss-Legendre methods are able to provide accurate integration results, but the level of accuracy is influenced by the characteristics of the function and the integration parameters. Therefore, the selection of the right method is highly dependent on the type of function being integrated.

Keywords: Gauss-Legendre; Matlab; Romberg.

PENDAHULUAN

Matematika merupakan cabang ilmu pengetahuan yang diperoleh melalui proses penalaran logis dengan menggunakan istilah, definisi, serta konsep yang disusun secara cermat, jelas, dan tepat (Maranatha et al., 2024). Sejalan dengan hal tersebut, menurut Muliawan, matematika yang dipelajari termasuk dalam kategori ilmu pengetahuan murni yang berfokus pada penggunaan angka, simbol, dan lambang sebagai dasar dalam menyampaikan konsep serta menyelesaikan berbagai permasalahan secara sistematis (Kusumawati et al., 2024). Salah satu materi yang sering dianggap sulit dalam pembelajaran matematika adalah integral (Ulfah et al., 2025). Integral sendiri merupakan bagian dari kalkulus yang secara umum digunakan untuk mengukur jumlah atau akumulasi suatu besaran dalam domain tertentu (Azis & Harahap, 2024). Namun demikian, bentuk persamaan integral sering kali kompleks sehingga sulit diselesaikan secara analitik menggunakan kaidah-kaidah kalkulus. Oleh karena itu, dibutuhkan pendekatan alternatif seperti metode numerik (Ermawati et al., 2017).

Metode numerik merupakan kumpulan teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematika ke dalam bentuk yang dapat diselesaikan melalui operasi aritmetika dasar, yaitu penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian (Susila, 1993). Proses perhitungan dalam metode numerik dilakukan secara iteratif atau berulang sehingga diperoleh hasil pendekatan yang mendekati nilai eksak (Santoso, 2011). Menurut Vulandari dalam Untari et al. (2024), metode ini menghasilkan solusi pendekatan dengan tingkat ketelitian tertentu yang memiliki selisih terhadap nilai eksak yang dikenal sebagai galat atau nilai kesalahan. Semakin kecil nilai galat, maka semakin tinggi ketelitian solusi numerik yang diperoleh (Pandia & Sitepu, 2021). Dalam konteks integral, metode numerik yang digunakan untuk memperoleh solusi pendekatan dikenal sebagai integrasi numerik.

Terdapat berbagai pendekatan dalam integrasi numerik yang dapat diklasifikasikan ke dalam tiga kelompok utama berdasarkan metode penurunannya, yaitu metode pias, metode Newton-Cotes, dan metode Gauss. Contoh metode pias adalah metode trapesium; metode Newton-Cotes mencakup metode Boole; sedangkan metode Gauss di antaranya adalah metode Gauss-Legendre. Metode Romberg sendiri merupakan gabungan dari rumus trapesium rekursif dan metode Boole rekursif yang memanfaatkan ekstrapolasi Richardson untuk meningkatkan akurasi hasil integrasi (Ermawati et al., 2017). Sedangkan, metode Gauss-Legendre didasarkan pada prinsip metode trapesium, namun menggunakan titik-titik evaluasi yang tidak terdistribusi secara merata. Jumlah titik evaluasi X_i yang digunakan berbanding lurus dengan banyaknya fungsi pembobot w_i sehingga semakin banyak titik evaluasi yang digunakan, semakin tinggi pula tingkat akurasi integrasi terhadap nilai eksaknya (Sari, 2024).

Meskipun metode Romberg dan Gauss-Legendre terbukti efektif secara teoritis, proses perhitungannya secara manual membutuhkan waktu yang cukup lama dan kompleksitas yang tinggi. Oleh karena itu, diperlukan bantuan perangkat lunak matematika yang mampu menyelesaikan persoalan tersebut dengan cara yang lebih efisien dan cepat. Salah satu perangkat lunak yang dapat digunakan adalah Matlab (Nasution et al., 2017). Matlab merupakan bahasa pemrograman tingkat tinggi yang dirancang khusus untuk keperluan komputasi teknis, visualisasi, dan pemrograman. Fungsi utamanya meliputi komputasi matematis, analisis data, pengembangan algoritma, pemodelan, simulasi, serta penyajian grafik hasil perhitungan (Firmansyah, 2018). Efektivitas penggunaan Matlab dalam menyelesaikan persoalan integral telah dibuktikan dalam penelitian oleh Asrun et al. (2023) yang menunjukkan bahwa berdasarkan hasil wawancara dengan siswa, mereka menyadari adanya cara yang lebih sederhana dalam menyelesaikan soal integral serta kemudahan dalam menggambarkan grafik dengan bantuan software Matlab.

Penelitian mengenai integrasi numerik dengan metode Romberg dan Gauss-Legendre telah banyak dilakukan. Misalnya, penelitian Hasan et al. (2024) yang membandingkan metode Simpson 3/8 dengan metode Romberg menggunakan pemrograman PHP, sedangkan Prasetia (2016) mengkaji perbandingan metode trapesium dan Gauss-Legendre dalam menyelesaikan integral tertentu berbantuan Matlab. Selain itu, Ermawati et al. (2017) juga membandingkan metode Romberg dengan simulasi Monte Carlo dalam penyelesaian integral lipat dua pada fungsi aljabar. Namun hingga saat ini, belum ditemukan kajian yang secara spesifik membandingkan metode Romberg dan Gauss-Legendre menggunakan Matlab. Berdasarkan hal tersebut, penelitian ini berjudul "Perbandingan Integrasi Numerik Metode Romberg dan Gauss-Legendre menggunakan Matlab R2023b" yang bertujuan untuk membandingkan tingkat akurasi solusi numerik berbasis Matlab dari metode Romberg dan Gauss-Legendre dalam menyelesaikan integral fungsi trigonometri, eksponensial, dan polinomial.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan jenis penelitian eksperimen yang dilaksanakan melalui beberapa tahapan, meliputi penentuan soal integral, pengolahan data, dan analisis hasil. Terdapat tiga soal integral yang digunakan sebagai instrumen dalam pengambilan data yang masing-masing mewakili bentuk fungsi trigonometri, eksponensial, dan polinomial. Proses pengolahan data dilakukan dengan memanfaatkan perangkat lunak Matlab R2023b, di mana script pemrograman disusun untuk menghitung nilai integral menggunakan metode Romberg dan Gauss-Legendre. Analisis data bertujuan untuk memperoleh nilai eksak, nilai aproksimasi, galat absolut dan galat relatif. Pemanfaatan teknik komputasi numerik melalui Matlab dimaksudkan untuk menghasilkan perhitungan yang akurat, efisien, dan efektif. Script yang dibuat mengacu pada formulasi umum kedua metode integrasi numerik tersebut sehingga menghasilkan nilai aproksimasi integral yang kemudian dianalisis untuk mengevaluasi akurasi serta besarnya kesalahan yang terjadi dalam proses perhitungan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini difokuskan untuk memperoleh solusi dari penyelesaian integral tentu. Integral tentu tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk notasi sebagai berikut:

$$I = \int_a^b f(x)\,dx$$

Fungsi f(x) menyatakan fungsi yang diintegralkan, sedangkan [a,b] merupakan batas bawah dan batas atas dari interval integrasi. Dalam penelitian ini digunakan tiga contoh soal integral, masing-masing mewakili jenis fungsi yang berbeda yaitu fungsi trigonometri untuk soal pertama, fungsi eksponensial untuk soal kedua, dan fungsi polinomial untuk soal ketiga. Adapun bentuk soal integral yang akan dianalisis penyelesaiannya disajikan dalam tabel di bawah ini:

Tabel 1. Bentuk Soal Integral

Fungsi	Contoh Soal Integral
Trigonometri	$\int_0^2 x\cos(x)\,dx$
Eksponensial	$\int_2^4 e^{2x}\,dx$

Polinomial	$\int_1^2 x^2 + 1\,dx$

Metode Romberg

Metode Romberg bersifat komputasional atau iteratif dalam menyelesaikan persoalan integrasi numerik. Proses perhitungannya dapat dirumuskan melalui persamaan sebagai berikut:

$$I_{j,k} \cong \frac{4^{k-1} I_{j+1,k-1} - I_{j,k-1}}{4^{k-1} - 1}$$

Namun, proses integrasi yang dilakukan dalam metode ini terbatas pada interval $[-1,1]$, bukan pada sembarang selang. Oleh karena itu, diperlukan transformasi terhadap fungsi dan batas integral dari interval [a,b] menjadi $[-1,1]$ yang dilakukan dengan menggunakan rumus transformasi sebagai berikut:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{b-a}{2} \int_{-1}^{1} f\left[\frac{((a+b)+(b-a)t)}{2}\right] dt$$

Metode Kuadratur Gauss-Legendre

Metode Gauss-Legendre dengan menggunakan konsep Kuadratur Gauss memiliki rumus penyelesaian seperti pada berikut ini:

$$I = \int_{-1}^{1} f(x) \approx w_0 f(x_0) + w_1 f(x_1) + \cdots + w_{n-1} f(x_{n-1})$$

Titik-titik evaluasi x_i dengan indeks i = 0,1,2,…,n − 1 ditentukan melalui proses pencarian akar-akar dari polinom Legendre. Akar-akar inilah yang kemudian digunakan sebagai titik evaluasi dalam metode integrasi numerik berikut:

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^2}{dx^n} (x^2 - 1)^n$$

Sementara itu, fungsi pembobot w_i dengan i = 0,1,2,…,n – 1 dapat ditentukan melalui rumus atau pendekatan khusus yang berkaitan langsung dengan titik-titik evaluasi yang telah diperoleh sebelumnya, sebagaimana ditunjukkan pada persamaan di bawah ini:

$$w_i = \frac{2}{(1 - x_i^2)[P'_n(x_i)]^2}$$

Perbandingan Integrasi Numerik Kedua Metode menggunakan Matlab

Guna memudahkan pengguna dalam memahami dan menerapkan metode numerik integrasi seperti Romberg dan Gauss-Legendre, dikembangkan sebuah antarmuka grafis (GUI) berbasis Matlab R2023b. Antarmuka ini dirancang agar pengguna dapat dengan mudah memasukkan fungsi yang ingin diintegralkan, menentukan batas integrasi, serta memilih metode dan parameter iterasi atau orde yang diperlukan. Melalui pendekatan GUI, proses perhitungan menjadi lebih intuitif dan interaktif jika dibandingkan dengan penggunaan antarmuka berbasis teks. Berikut ini disajikan cuplikan kode program dari GUI integrasi numerik yang menggabungkan kedua metode tersebut dalam satu platform Matlab.

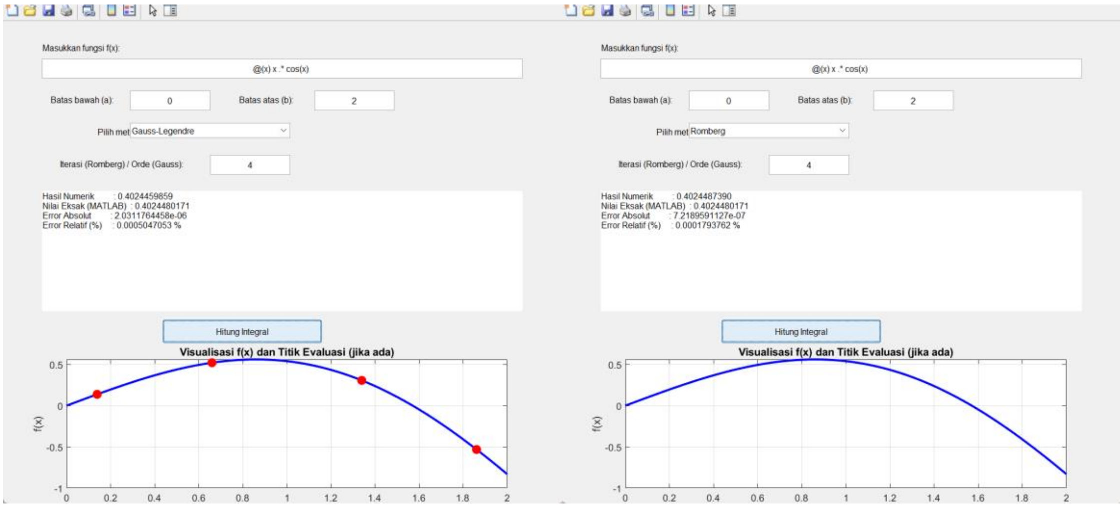
```matlab
% File: integrasin_GUI.m
function integrasin_GUI
    % Buat figure utama
    f = figure('Name', 'Numerical Integration GUI', 'Position', [300, 100, 700, 600]);

    % --- UI Controls ---
    uicontrol('Style', 'text', 'Position', [50, 550, 600, 25], 'String', 'Masukkan fungsi f(x):', 'HorizontalAlignment', 'left');
    fungsi_input = uicontrol('Style', 'edit', 'Position', [50, 530, 600, 25], 'String', '@(x) x.^2');

    uicontrol('Style', 'text', 'Position', [50, 490, 100, 20], 'String', 'Batas bawah (a):');
    a_input = uicontrol('Style', 'edit', 'Position', [160, 490, 100, 25], 'String', '0');

    uicontrol('Style', 'text', 'Position', [280, 490, 100, 20], 'String', 'Batas atas (b):');
    b_input = uicontrol('Style', 'edit', 'Position', [390, 490, 100, 25], 'String', '1');

    uicontrol('Style', 'text', 'Position', [50, 450, 200, 20], 'String', 'Pilih metode:');
    metode_popup = uicontrol('Style', 'popupmenu', 'Position', [160, 450, 200, 25], 'String', {'Romberg', 'Gauss-Legendre'});

    uicontrol('Style', 'text', 'Position', [50, 410, 200, 20], 'String', 'Iterasi (Romberg) / Orde (Gauss):');
    param_input = uicontrol('Style', 'edit', 'Position', [260, 410, 100, 25], 'String', '4');

    hasil_teks = uicontrol('Style', 'text', 'Position', [50, 240, 600, 150], 'HorizontalAlignment', 'left', 'Max', 10, 'BackgroundColor', 'w');

    uicontrol('Style', 'pushbutton', 'String', 'Hitung Integral', 'Position', [200, 200, 200, 30], ...
              'Callback', @hitung_integral);

    axes_plot = axes('Units', 'pixels', 'Position', [80, 20, 550, 160]);

    % --- Callback fungsi ---
    function hitung_integral(~, ~)
        try
            f_str = get(fungsi_input, 'String');
            fhandle = str2func(f_str);
            a = str2double(get(a_input, 'String'));
            b = str2double(get(b_input, 'String'));
            param = str2double(get(param_input, 'String'));
            metode = get(metode_popup, 'Value');

            I_eksak = integral(fhandle, a, b);
            xi_plot = [];
            yi_plot = [];

            switch metode
                case 1  % Romberg
                    h = b - a;
                    r = zeros(2, param+1);
                    r(1,1) = (fhandle(a) + fhandle(b)) / 2 * h;

                    for i = 2:param
                        jumlah = 0;
                        for k = 1:2^(i-2)
                            jumlah = jumlah + fhandle(a + (k - 0.5) * h);
                        end
                        r(2,1) = (r(1,1) + h * jumlah) / 2;

                        for j = 2:i
                            l = 4^(j-1);
                            r(2,j) = r(2,j-1) + (r(2,j-1) - r(1,j-1)) / (l - 1);
                        end

                        r(1,1:i) = r(2,1:i);
                        h = h / 2;
                    end

                    I_numerik = r(2, param);

                case 2  % Gauss-Legendre
                    if param < 2 || param > 10
                        set(hasil_teks, 'String', 'Orde harus antara 2 sampai 10.');
                        return;
                    end

                    [xg, wg] = gauss_legendre_nodes_weights(param);

                    I_numerik = 0;
                    for i = 1:param
                        xi = ((b - a) / 2) * xg(i) + (a + b) / 2;
                        xi_plot(i) = xi;
                        yi_plot(i) = fhandle(xi);
                        I_numerik = I_numerik + wg(i) * fhandle(xi);
                    end
                    I_numerik = I_numerik * (b - a) / 2;
            end

```

```
            err_abs = abs(I_eksak - I_numerik);
            err_rel = (err_abs / abs(I_eksak)) * 100;

            hasil = sprintf(['Hasil Numerik         : %.10f\n', ...
                             'Nilai Eksak (MATLAB)  : %.10f\n', ...
                             'Error Absolut         : %.10e\n', ...
                             'Error Relatif (%%)     : %.10f %%'], ...
                             I_numerik, I_eksak, err_abs, err_rel);

            set(hasil_teks, 'String', hasil);

            % Plot visualisasi
            cla(axes_plot);
            x_vals = linspace(a, b, 500);
            y_vals = fhandle(x_vals);
            plot(axes_plot, x_vals, y_vals, 'b-', 'LineWidth', 2);
            hold(axes_plot, 'on');
            if ~isempty(xi_plot)
                plot(axes_plot, xi_plot, yi_plot, 'ro', 'MarkerFaceColor', 'r', 'MarkerSize', 8);
            end
            hold(axes_plot, 'off');
            grid(axes_plot, 'on');
            title(axes_plot, 'Visualisasi f(x) dan Titik Evaluasi (jika ada)');
            xlabel(axes_plot, 'x'); ylabel(axes_plot, 'f(x)');

        catch ME
            set(hasil_teks, 'String', ['Terjadi kesalahan: ', ME.message]);
        end
    end
end

% Fungsi untuk menghasilkan titik dan bobot Gauss-Legendre secara umum
function [xg, wg] = gauss_legendre_nodes_weights(n)
    syms x
    Pn = legendreP(n, x);
    xg = double(sort(roots(sym2poly(Pn))));
    wg = zeros(1, n);
    for i = 1:n
        Lp = double(subs(diff(Pn), x, xg(i)));
        wg(i) = 2 / ((1 - xg(i)^2) * Lp^2);
    end
end
```

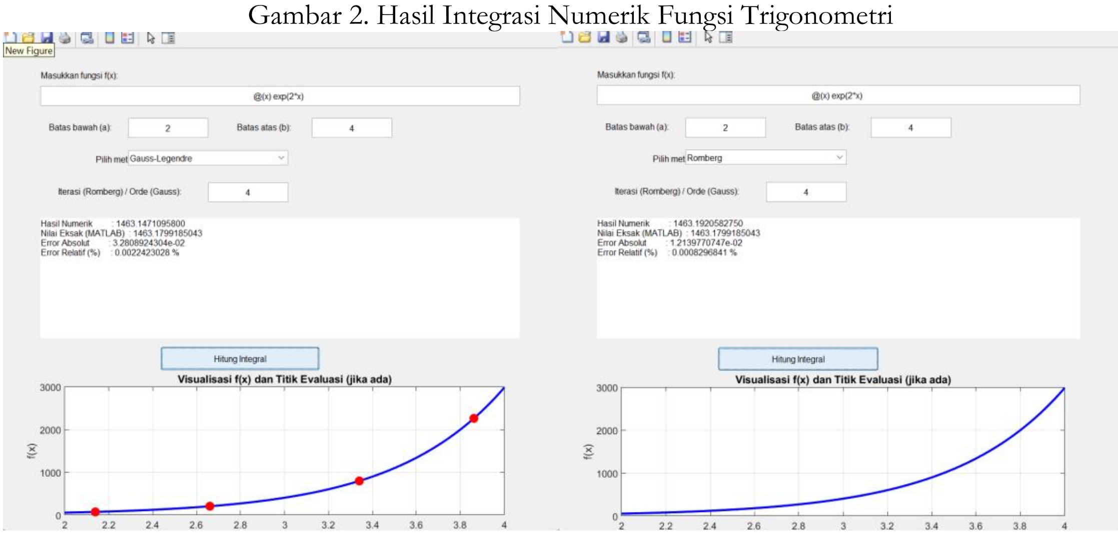
Gambar 1. Script GUI pada Matlab

Script GUI tersebut menyediakan visualisasi fungsi yang diintegrasikan serta titik-titik evaluasi (khusus untuk metode Gauss-Legendre) secara langsung pada jendela Matlab. Hal ini mempermudah pengguna untuk melihat hubungan antara titik evaluasi dan bentuk kurva fungsi. Selain itu, hasil yang ditampilkan mencakup nilai integrasi numerik, nilai eksak (menggunakan fungsi integral dari Matlab), serta nilai galat absolut dan galat relatif. Maka dari itu, pengguna dapat secara langsung membandingkan akurasi kedua metode yang tersedia. GUI ini sangat bermanfaat untuk pembelajaran karena menggabungkan aspek numerik, visual, dan interaktif dalam satu kesatuan antarmuka yang sederhana dan informatif.

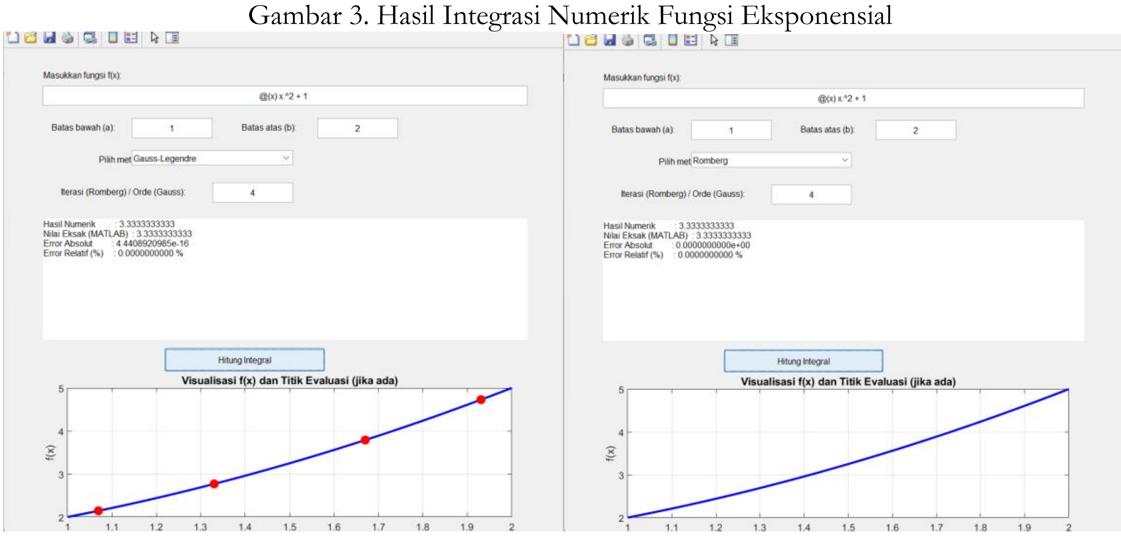
Sebagai kelanjutan dari pembahasan ini, pada bagian berikutnya akan ditampilkan beberapa hasil dari script GUI tersebut yang telah dijalankan menggunakan soal-soal integrasi yang telah dicantumkan sebelumnya. Gambar-gambar tersebut menggambarkan bagaimana fungsi yang diinput ditampilkan secara grafis beserta titik-titik evaluasinya (jika menggunakan metode Gauss-Legendre), sehingga memberikan gambaran yang lebih konkret terhadap proses integrasi numerik yang terjadi. Adapun sebelum itu, terdapat langkah-langkah yang harus dilakukan: *pertama,* masukkan fungsi x dengan diawali "@(x)"; *kedua,* masukkan batas atas dan bawah pada kolom yang tersedia; *ketiga,* pilih metode yang ingin digunakan (Romberg atau Gauss-Legendre); *keempat,* masukkan iterasi (romberg)/orde (gauss) pada kolom yang tersedia; *kelima,* klik "Hitung Integral" untuk menampilkan hasilnya.



Gambar 2. Hasil Integrasi Numerik Fungsi Trigonometri



Gambar 3. Hasil Integrasi Numerik Fungsi Eksponensial



Gambar 4. Hasil Integrasi Numerik Fungsi Polinomial

Berdasarkan ketiga gambar di atas, dapat diamati bahwa visualisasi grafiknya menunjukkan pola yang hampir serupa. Perbedaan utama terletak pada metode Gauss-Legendre yang menampilkan titik-titik sesuai dengan jumlah orde yang digunakan. Untuk memberikan gambaran yang lebih jelas, hasil perbandingan tersebut dirangkum secara sistematis dalam tabel berikut:

Tabel 2. Hasil Numerik dan Nilai Eksak pada Fungsi

Fungsi	Hasil Numerik		Nilai Eksak	
	Romberg	Gauss	Romberg	Gauss
x .* cos(x)	0,4024487390	0,4024459859	0,4024480171	0,4024480171
exp(2*x)	1463,1920582750	1463,1471095800	1463,1799185043	1463,1799185043
x.^2 + 1	3,3333333333	3,3333333333	3,3333333333	3,3333333333

Tabel 3. Galat Absolut dan Relatif pada Fungsi

Fungsi	Galat Absolut		Galat Relatif	
	Romberg	Gauss	Romberg	Gauss
x .* cos(x)	7,2189591127e-07	2,0311764458e-06	0,0001793762%	0,0005047053%
exp(2*x)	1,2139770747e-02	3,2808924304e-02	0,0008296841%	0,0022423028%
x.^2 + 1	0,0000000000e-00	4,4408920985e-16	0,0000000000%	0,0000000000%

Berdasarkan data dalam tabel serta hasil eksperimen yang telah dilakukan, meskipun tidak seluruhnya dapat ditampilkan secara rinci, dapat disimpulkan bahwa metode Romberg dan kuadratur Gauss-Legendre menunjukkan tingkat akurasi yang lebih tinggi pada fungsi trigonometri dibandingkan dengan fungsi eksponensial. Sementara itu, pada fungsi polinomial, kedua metode tersebut menunjukkan akurasi yang lebih baik dibandingkan penerapannya pada fungsi trigonometri. Apabila dibandingkan antara kedua metode dalam menyelesaikan masing-masing jenis fungsi, diperoleh hasil bahwa pada fungsi trigonometri, metode kuadratur Gauss-Legendre memberikan hasil yang lebih akurat dibandingkan metode Romberg. Sebaliknya, pada fungsi eksponensial dan polinomial, metode Romberg menunjukkan tingkat akurasi yang lebih tinggi dibandingkan metode kuadratur Gauss-Legendre.

PENUTUP

Berdasarkan hasil eksperimen dan analisis menggunakan GUI Matlab yang dirancang untuk metode integrasi numerik Romberg dan Gauss-Legendre, disimpulkan bahwa kedua metode memiliki keunggulan masing-masing tergantung pada jenis fungsi yang diintegrasikan. GUI yang dikembangkan terbukti efektif dalam mempermudah pengguna memahami dan menerapkan metode numerik secara visual dan interaktif, serta memberikan informasi lengkap mengenai hasil integrasi, nilai eksak, dan nilai galat.

Pada fungsi trigonometri, metode Gauss-Legendre menghasilkan akurasi yang lebih tinggi dibandingkan metode Romberg. Sebaliknya, pada fungsi eksponensial dan polinomial, metode Romberg menunjukkan performa yang lebih baik dibandingkan Gauss-Legendre. Secara umum, metode Romberg dan Gauss-Legendre sama-sama mampu memberikan hasil integrasi yang akurat dengan tingkat akurasi yang dipengaruhi oleh jenis fungsi dan parameter yang digunakan dalam proses integrasi. Oleh karena itu, pemilihan metode integrasi yang tepat sangat bergantung pada karakteristik fungsi yang digunakan.

REFERENSI

Asrun, B., Mustamin, M. R., & Irmayani, I. (2023). Pelatihan Penggunaan Aplikasi Matlab dalam Mata Pelajaran Matematika di SMAN 1 Gowa. *Abdimas Toddopuli: Jurnal Pengabdian Pada Masyarakat*, *5*(1), 28–33. https://doi.org/10.30605/atjpm.v5i1.3241

Azis, Z., & Harahap, T. H. (2024). *Kalkulus Integral*.

Ermawati, Rahayui, P., & Zuhairohi, F. (2017). Perbandingan Solusi Numerik Integral Lipat Dua Pada Fungsi Aljabar Dengan Metode Romberg Dan Simulasi Monte Carlo. *Jurnal Msa*, *5*(1), 46–57.

Firmansyah, A. (2018). Dasar-dasar Pemrograman Matlab. *JURNAL Psikologi Pendidikan Dan Perkembangan*, *6*(2), 1–10. http://journal.unair.ac.id/JPPP@hubungan-self-efficacy-dengan-penyesuaian-diri-terhadap-perguruan-tinggi-pada-mahasiswa-baru-fakultas-psikologi-universitas-airlangga-article-8136-media-53-category-10.html%0Ahttps://ojs.unm.ac.id/mediaelektrik/article/view

Hasan, R. R., Amrullah, Kertiyani, N. M. I., & Prayitno, S. (2024). *Perbandingan Integrasi Numerik Metode Simpson Tiga Per Delapan Dan Romberg Menggunakan Pemrograman Perl Hypertext Prepocessor*. *7*(September), 94–106.

Kusumawati, R., Sudargo, & Nizaruddin. (2024). Analisis Kesulitan Siswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau Dari Gaya Kognitif Reflektif dan Impulsif. *JIPMat*, *1*(2), 13–17. https://doi.org/10.26877/jipmat.v1i2.1246

Maranatha, M., Prasetyowati, D., & Purwati, H. (2024). Analisis Berpikir Kritis Ditinjau Dari Kemanrian Belajar Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Matematika Bilangan Bulat. *Imajiner: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, *6*(1), 37–41. https://doi.org/10.26877/imajiner.v6i1.18270

Nasution, M. D., Nasution, E., & Haryati, F. (2017). Pengembangan Bahan Ajar Metode Numerik Dengan Pendekatan Metakognitif Berbantuan Matlab. *Mosharafa*, *6*, 69–80.

Pandia, W., & Sitepu, I. (2021). Penentuan Galat Persamaan Diferensial Biasa Orde 1 Dengan Metode Numerik. *Jurnal Mutiara Pendidikan Indonesia*, *6*(1), 31–37. https://doi.org/10.51544/mutiarapendidik.v6i1.1907

Prasetia, A. (2016). Performansi Metode Trapesium Dan Metode Gauss-Legendre Dalam Penyelesaian Integral Tertentu Berbantuan Matlab. *Jurnal Mercumatika*, *1*(1), 1–12.

Santoso, F. G. I. (2011). Analisis Perbandingan Metode Numerik Dalam Menyelesaikan Persamaan-Persamaan Serentak. *Widya Warta*, *35*(1), 19–39.

Sari, R. A. (2024). Integrasi Numerik Fungsi Eksponensial dengan Metode Romberg dan Gauss-Legendre. *FMIPA Universitas PGRI Banyuwangi*, *02*(02), 124–131. http://seminar.uny.ac.id/semnasmatematika/sites/seminar.uny.ac.id.semnasmatematika/files/T-2.pdf

Susila, I. N. (1993). *Dasar-Dasar Metode Numerik*.

Ulfah, F., Djamilah, S., & Mayada. (2025). *Edukasi Media Pembelajaran Intel (Integral Wheels) Berbantuan Video Pembelajaran Untuk Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Siswa Kelas Xii Madrasah Aliyah*. *8*, 192–202.

Untari, E., Astuti, I. P., Susanto, D., & Kusumawati, S. (2024). Korelasi Penguasaan Materi Aljabar Linier Terhadap Prestasi Belajar Mahasiswa pada Mata Kuliah Metode Numerik. *Jurnal Cendekia : Jurnal Pendidikan Matematika*, *8*(2), 1325–1332. https://doi.org/10.31004/cendekia.v8i2.3237