

Model Matematika Penyebaran Penyakit Antraknosa pada Tanaman Cabe dengan Tindakan Preventif dan Kuratif

¹Mella susriyanti, ²Defri ahmad

^{1,2}Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Padang
email: mella04091999@gmail.com

Abstrak

Salah satu penyakit yang dapat menyerang tanaman cabe adalah penyakit antraknosa. Penyakit ini dapat menyebabkan hilangnya hasil panen. Tingkat penyebaran penyakit ini tergantung dari upaya pengendaliannya mulai sejak upaya preventif sampai upaya kuratif. Tujuan dari penelitian ini untuk membentuk model, menganalisis dan menginterpretasikan hasil analisis model matematika penyebaran penyakit antraknosa pada tanaman cabe dengan tindakan preventif dan kuratif. Penelitian ini adalah penelitian dasar dan metode yang digunakan yaitu metode deskriptif. Model matematika yang terbentuk yaitu model SIRPC. Berdasarkan analisis yang telah dilakukan diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan endemik. Titik kesetimbangan bebas penyakit bersifat stabil asimtotik jika $\frac{\alpha\gamma}{\gamma+\beta} < \left(\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} + \delta + \eta\right)$ dan $\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} < \pi$. Sedangkan untuk titik kesetimbangan endemik akan bersifat stabil asimtotik jika $a_1a_2 > a_0a_3, a_1a_4 > a_0a_5, a_1^2a_4 > a_0a_1a_5, a_3 > \frac{a_1^2a_4 - a_0a_1a_5}{a_1a_2 - a_0a_3}$, dan $\left(a_3 - \frac{a_1^2a_4 - a_0a_1a_5}{a_1a_2 - a_0a_3}\right) \left(\frac{a_1a_4 - a_0a_5}{a_1a_2 - a_0a_3}\right) > a_5$. Semakin besar tindakan preventif menyebabkan populasi terlindungi semakin meningkat dan populasi rentan semakin menurun sedangkan ketika tindakan kuratif semakin besar maka populasi terinfeksi dan carrier akan semakin menurun

Kata kunci: model matematika; penyakit antraknosa; tindakan preventif; tindakan kuratif

Abstract

A disease that can affect chili plants is anthracnose. This disease can cause crop loss. The level of spread of this disease depends on control efforts, starting from preventive and moving to curative efforts. The purpose of this study was to form a model, analyse it, and interpret the result of a mathematical model analysis of the spread of anthracnose disease in chilies with preventive and curative measures. This type of research is basic research, and the method used is the descriptive method. The mathematical model formed is the SIRPC model. The SIRPC model is the resultant mathematical model. Two balance point the illness free balance point and the endemic balance point are discovered as a result of the study that has been done. The asymptotically stable illness free balance point if $\frac{\alpha\gamma}{\gamma+\beta} < \left(\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} + \delta + \eta\right)$ and $\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} < \pi$. Whereas the endemic balance point will be asymptotically stable if $a_1a_2 > a_0a_3, a_1a_4 > a_0a_5, a_1^2a_4 > a_0a_1a_5, a_3 > \frac{a_1^2a_4 - a_0a_1a_5}{a_1a_2 - a_0a_3}$, and $\left(a_3 - \frac{a_1^2a_4 - a_0a_1a_5}{a_1a_2 - a_0a_3}\right) \left(\frac{a_1a_4 - a_0a_5}{a_1a_2 - a_0a_3}\right) > a_5$. The greater the preventive action, the more the protected population increases and the vulnerable population decreases, while when the curative action is greater, the infected and carrier populations decrease.

Keywords: mathematical model; athracnose disease; preventive measure; currative measure

A. Pendahuluan

Model matematika adalah salah satu alat bantu untuk menyatakan kejadian dunia nyata dalam bentuk fungsi atau persamaan matematika sehingga diperoleh pemahaman yang lebih tepat terhadap masalah tersebut (Widowati, 2013). Model matematika banyak diterapkan pada bidang keilmuan yaitu fisika, kimia, biologi, ilmu teknologi dan bidang ilmu lainnya. Salah satu model matematika yang diterapkan dalam kehidupan sehari-hari dapat kita lihat pada bidang biologi yaitu penyebaran penyakit pada tanaman cabe.

Tanaman cabe atau *Capsicum annum* merupakan tumbuhan perdu dari famili *Solanaceae*. Cabe juga mempunyai nilai ekonomis yang cukup tinggi. Komoditas ini umum dikonsumsi di Indonesia, baik secara produk segar maupun olahan. Kebutuhan cabe terus meningkat setiap tahun, akibat bertambahnya jumlah penduduk dan industri yang berkembang pesat yang membutuhkan bahan pokok cabe (Farid, 2012).

Berdasarkan data BPS Indonesia dapat diketahui bahwa produksi tanaman cabe dapat mengalami peningkatan ataupun penurunan produktivitas. Penurunan produktivitas cabe dapat dipengaruhi oleh berbagai faktor seperti faktor bahan tanaman, faktor esensial, faktor iklim dan faktor gangguan. Terdapat berbagai jenis faktor gangguan berupa penyakit yang dapat menyebabkan rendahnya produktivitas tanaman cabe seperti penyakit layu fusarium (*Fusarium oxysporum f.sp*), penyakit layu bakteri ralstonia (*Ralstonia gloeosporioides*), penyakit antraknosa (*Colletotrichum sp*), penyakit virus kuning (*Gemini virus*), dan penyakit bercak daun (*Cercospora sp*) (Meilin, 2014).

Penyakit antraknosa adalah salah satu penyakit yang hampir selalu menyerang area perkebunan tanaman cabe. Jamur penyebab penyakit ini yaitu jamur *Colletotrichum sp* yang dapat menyebabkan kehilangan hasil panen sampai lebih dari 50% (Syukur, 2013). Jamur *Colletotrichum sp* termasuk kedalam salah satu patogen yang terbawa oleh benih dan dapat bertahan dalam tanah, sisa tanaman atau buah yang telah terkontaminasi sehingga dapat menjadi sumber penularan (Nawangsih, 2001). Penyebaran penyakit antraknosa yaitu melalui penyebaran spora jamur yang dapat dibawa oleh manusia, serangga, hembusan angin, peralatan pertanian, percikan air hujan dan aplikasi pestisida (Sutarman, 2017).

Gejala awal penyakit antraknosa pada cabe yaitu matinya bagian pucuk dan kemudian mengalami matinya bagian bawah tanaman, termasuk dahan, daun, bahkan buah berubah menjadi kering serta memiliki tonjolan aservulus yang berwarna coklat gelap kehitaman. Buah akan cepat busuk dan berwarna kehitaman (Duriat, 2007). Penyakit ini disebut sebagai penyakit yang sulit diatasi karena gejala serangannya sulit untuk diidentifikasi sejak dini walaupun proses infeksi sudah lama terjadi. Gejala antraknosa biasanya dapat diidentifikasi setelah buah cabe matang

(Cerkauskas, 2004). Jika pengendalian tidak tepat, kehilangan hasil akibat serangan antraknosa pada cabe dapat mendekati 100%. Karena jamur dapat tumbuh subur pada lingkungan yang lembab, dan penyakit akan mewabah saat musim hujan (Suhardi, 1992).

Untuk meminimalkan tingkat serangan penyakit antraknosa pada suatu hamparan kebun cabe, maka dibutuhkan tindakan pengendalian. Tindakan pengendalian yang dapat dilakukan seperti tindakan pencegahan (preventif) dan tindakan pengobatan (kuratif). Sebelum melakukan tindakan pengendalian penyakit maka perlu dilihat bagaimana pola penyebaran penyakit tersebut. Dalam hal ini, bidang matematika mempunyai peran penting dalam memberikan gambaran pola penyebaran penyakit yaitu melalui bentuk model matematika.

Model matematika penyebaran penyakit antraknosa pada tanaman cabe belum pernah diteliti, namun ada penelitian yang mengarah pada pembentukan model penyebaran penyakit yaitu seperti yang dilakukan oleh Anggriani dkk. (2018) yang menyatakan bahwa perlakuan preventif terhadap tanaman yang rentan dapat mengurangi penyakit endemik. Serta penelitian yang dilakukan oleh El-Sayed dkk. (2020), ia mengusulkan pembentukan model penyakit tanaman orde fraksional dengan infeksi dua tahap dimana individu yang rentan melewati fase terpapar sebelum menjadi individu yang menularkan penyakit dan tanaman yang terpapar juga dapat menularkan penyakit. Penelitian ini dilakukan untuk membetuk, menganalisis dan menginterpretasikan hasil analisis model matematika penyebaran penyakit antraknosa pada tanaman cabe dengan tindakan preventif dan kuratif.

B. Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan penelitian dasar atau teoritis dan metodenya yaitu metode deskriptif. Tahapan yang dilalui dalam penelitian ini yaitu mengidentifikasi dan merumuskan masalah sesuai dengan masalah penelitian, yang merupakan masalah penting dari penelitian ini. Kemudian mengumpulkan serta mengkaji teori yang berkaitan dengan masalah penelitian yang bersumber dari studi kepustakaan. Setelah itu membuat asumsi, variabel, dan parameter yang akan digunakan untuk membentuk model dan melakukan analisis model, dimana dalam hal ini akan diketahui hal apa saja yang berpengaruh dalam proses penyebaran penyakit tersebut. Selanjutnya membentuk model matematika penyebaran penyakit antraknosa pada tanaman cabe dengan tindakan preventif dan kuratif, sehingga diperoleh suatu bagan beserta persamaan dari masalah penelitian. Kemudian menganalisis model dan menginterpretasikan hasil analisis model yang telah diperoleh, dimana dari hasil analisis ini akan diketahui kapan penyakit ini akan menyebar dalam suatu populasi. Setelah itu menarik kesimpulan, dengan adanya kesimpulan maka kita dapat mengetahui bagaimana cara mengatasi penyebaran penyakit.

C. Hasil dan Pembahasan

1. Pembentukan model

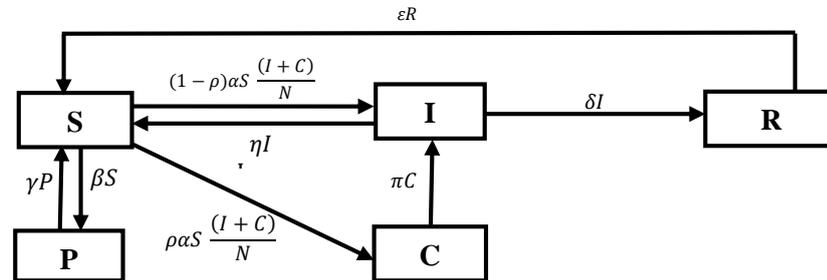
Asumsi-asumsi yang akan digunakan sebagai berikut:

- Tindakan preventif diberikan pada tanaman cabe yang rentan terhadap penyakit
- Tanaman cabe rentan terhadap penyakit yang menerima tindakan preventif (pencegahan) akan memasuki kompartmen terlindungi (P). Dimana tanaman cabe yang terlindungi (P) memiliki efek pencegahan, tetapi tidak kebal terhadap penyakit sehingga memungkinkan mereka masuk kembali pada kompartmen rentan (S).
- Individu carrier adalah individu pembawa penyakit namun gejala yang ditimbulkan akan muncul setelah tanaman cabe berbuah.
- Pengobatan dilakukan terhadap tanaman cabe yang terinfeksi yang sudah menunjukkan gejala terinfeksi.
- Tanaman terinfeksi (I) yang diberi tindakan pengobatan dapat beralih menjadi populasi sembuh (R) namun dapat kembali menjadi subpopulasi S karena tidak memiliki kekebalan yang permanen.
- Jika tanaman cabe telah menunjukkan gejala terinfeksi yang menyeleruh, maka tanaman tersebut akan dicabut. Dimana banyaknya tanaman yang dicabut sama dengan penanaman.

Variabel dan parameter yang akan digunakan dalam pembentukan model sebagai berikut:

- S merupakan kelompok tanaman cabe yang rentan terhadap penyakit
- I merupakan kelompok tanaman cabe yang terinfeksi dan dapat menularkan penyakit
- R merupakan kelompok tanaman cabe yang sembuh dari penyakit akibat tindakan kuratif
- P merupakan kelompok tanaman cabe yang terlindungi sementara dari penyakit akibat tindakan preventif
- C merupakan kelompok tanaman cabe pembawa penyakit (carrier)
- ρ adalah peluang individu rentan menjadi carrier
- α adalah laju infeksi penyakit
- π adalah laju sifat bawaan terinfeksi penyakit
- β adalah tingkat tindakan pencegahan (preventif)
- δ adalah tingkat tindakan pengobatan (kuratif)
- η adalah laju pencabutan
- γ adalah laju perubahan populasi P menjadi S karena berkurangnya efek tindakan preventif
- ε adalah laju perubahan populasi R menjadi S karena tidak mempunyai kekebalan yang permanen

Berdasarkan asumsi, variabel dan parameter yang diberikan, maka dapat dibentuk diagram seperti berikut:



Gambar 1. Diagram Model Matematika Penyebaran Penyakit Antraknosa pada Tanaman Cabe dengan Tindakan Preventif dan Kuratif

Dari Gambar 1 diperoleh model matematika penyebaran penyakit antraknosa pada tanaman cabe dengan tindakan preventif dan kuratif dalam bentuk sistem persamaan differensial nonlinear seperti berikut:

$$\frac{dS}{dt} = \gamma P + \varepsilon R + \eta I - \alpha S \frac{(I+C)}{N} - \beta S \quad (1)$$

$$\frac{dI}{dt} = (1 - \rho)\alpha S \frac{(I+C)}{N} + \pi C - \delta I - \eta I \quad (2)$$

$$\frac{dR}{dt} = \delta I - \varepsilon R \quad (3)$$

$$\frac{dP}{dt} = \beta S - \gamma P \quad (4)$$

$$\frac{dC}{dt} = \rho\alpha S \frac{(I+C)}{N} - \pi C \quad (5)$$

dengan N adalah total individu, dimana $N = S + I + R + P + C$

2. Analisis model

Analisis model matematika penyebaran penyakit antraknosa pada tanaman cabe dengan tindakan preventif dan kuratif akan dilakukan dengan pencarian terhadap titik kesetimbangan model, bilangan reproduksi dasar dan analisis kestabilan serta melakukan simulasi.

- a. Titik Kesetimbangan Model Matematika Penyebaran Penyakit Antraknosa pada Tanaman Cabe dengan Tindakan Preventif dan Kuratif

Titik kesetimbangan model diperoleh pada saat $\left(\frac{dS}{dt}, \frac{dI}{dt}, \frac{dR}{dt}, \frac{dP}{dt}, \frac{dC}{dt}\right) = (0,0,0,0,0)$ sehingga sistem persamaan (1) menjadi seperti berikut:

$$\gamma P + \varepsilon R + \eta I - \alpha S \frac{(I+C)}{N} - \beta S = 0$$

(6)

$$(1 - \rho)\alpha S \frac{(I+C)}{N} + \pi C - \delta I - \eta I = 0$$

(7)

$$\delta I + \omega I - \varepsilon R = 0$$

(8)

$$\beta S - \gamma P = 0$$

(9)

$$\rho\alpha S \frac{(I+C)}{N} - \pi C = 0$$

(10)

Dari persamaan (6)-(10) diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit (E_0) dan titik kesetimbangan endemik (E_1), dengan nilai masing-masing yaitu seperti berikut:

$$E_0(S, I, R, P, C) = \left(\frac{\gamma}{\beta+\gamma}, 0, 0, \frac{\beta}{\beta+\gamma}, 0 \right)$$

$$E_1(S^*, I^*, R^*, P^*, C^*) = \left(\frac{\pi(\delta+\eta)}{\alpha\pi+\alpha\rho(\delta+\eta)}, \frac{a-b-c}{d+a}, \frac{\delta I^*}{\varepsilon}, \frac{\beta\pi(\delta+\eta)}{\gamma\alpha\pi+\gamma\alpha\rho(\delta+\eta)}, \frac{\rho I^*(\delta+\eta)}{\pi} \right)$$

Dimana:

$$a = \varepsilon\pi(\pi\alpha + \rho\alpha\delta + \rho\alpha\eta)(\gamma\alpha\pi + \gamma\alpha\delta + \gamma\alpha\eta)$$

$$b = \varepsilon\pi(\pi\delta + \pi\eta)(\gamma\alpha\pi + \gamma\alpha\delta + \gamma\alpha\eta)$$

$$c = \varepsilon\pi(\beta\pi\delta + \beta\pi\eta)(\pi\alpha + \rho\alpha\delta + \rho\alpha\eta)$$

$$d = (\delta\pi + \rho\varepsilon\delta + \rho\varepsilon\eta)(\pi\alpha + \rho\alpha\delta + \rho\alpha\eta)(\gamma\alpha\pi + \gamma\alpha\delta + \gamma\alpha\eta)$$

dengan syarat eksistensi $a > 0, d > 0$ dan $b < 0, c < 0$ sehingga $\frac{a-b-c}{d+a} > 0$

b. Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Bilangan R_0 adalah suatu bilangan yang digunakan untuk melihat didalam suatu kelompok terjadi endemik atau tidak. Untuk menentukan R_0 digunakan metode *next generation matriks*, yaitu dengan menggunakan matriks transmisi dari F dan V sebagai berikut:

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\alpha\gamma}{\gamma+\beta} & \frac{\alpha\gamma}{\gamma+\beta} + \pi \\ \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} & \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} \end{bmatrix} \text{ dan } V = \begin{bmatrix} \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} + \delta + \eta & \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} \\ 0 & \pi \end{bmatrix}$$

Bilangan R_0 adalah radius spektral atau nilai eigen terbesar dari matriks (FV^{-1}) , sehingga didapatkan R_0 sebagai berikut:

$$R_0 = \frac{b_5 - b_4 + b + \sqrt{(b_4 - b_5 - b)^2 - 4(bb_5 - bb_4 + b_3b_1 - b_3b_2)}}{2}$$

Dimana:

$$b = \frac{\alpha\gamma\pi}{\rho\alpha\gamma + \gamma\delta + \beta\delta + \gamma\eta + \beta\eta}, \quad b_1 = \frac{\rho\alpha^2\gamma^2}{(\gamma + \beta)(\rho\alpha\gamma + \gamma\delta + \beta\delta + \gamma\eta + \beta\eta)}, \quad b_2 = \frac{\alpha\gamma}{\gamma + \beta} + \pi$$

$$b_3 = \frac{\rho\alpha\gamma\pi}{\rho\alpha\gamma + \gamma\delta + \beta\delta + \gamma\eta + \beta\eta}, \quad b_4 = \frac{\rho^2\alpha^2\gamma^2}{(\gamma + \beta)(\rho\alpha\gamma + \gamma\delta + \beta\delta + \gamma\eta + \beta\eta)}, \quad b_5 = \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma + \beta}$$

dengan syarat eksistensi $b > 0, b_1 < 0, b_2 > 0, b_3 > 0, b_4 < 0,$
 sehingga $(b_4 - b_5 - b)^2 > 4(bb_5 - bb_4 + b_3b_1 - b_3b_2)$

c. Analisis kestabilan titik kesetimbangan

Analisis kestabilan dapat dilakukan dengan mencari nilai eigen dari matrik jacobini dari persamaan (1), (2), (3), (4), dan (5). Dari persamaan tersebut didapatkan matriks seperti berikut:

$$J = \begin{bmatrix} -(\alpha I + \alpha C + \beta) & \eta - \alpha S & \varepsilon & \gamma & 0 \\ (\alpha I + \alpha C - \rho\alpha I - \rho\alpha C) & \alpha S - (\rho\alpha S + \delta + \eta) & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \delta & -\varepsilon & 0 & 0 \\ \beta & 0 & 0 & -\gamma & 0 \\ \rho\alpha(I + C) & \rho\alpha S & 0 & 0 & \rho\alpha S - \pi \end{bmatrix}$$

Titik kesetimbangan model disebut stabil asimtotik apabila semua nilai eigen real dari matriks jacobini bernilai negative

1) Analisis kestabilan titik kesetimbangan bebas penyakit (E_0)

$$J(E_0) = \begin{bmatrix} -\beta & \eta - \frac{\alpha\gamma}{\gamma + \beta} & \varepsilon & \gamma & 0 \\ 0 & \frac{\alpha\gamma}{\gamma + \beta} - \left(\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma + \beta} + \delta + \eta\right) & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \delta & -\varepsilon & 0 & 0 \\ \beta & 0 & 0 & -\gamma & 0 \\ 0 & \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma + \beta} & 0 & 0 & \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma + \beta} - \pi \end{bmatrix}$$

Untuk menentukan nilai eigen maka berlaku $|\lambda I - J(E_0)| = 0$ dimana I adalah matriks identitas, sehingga diperoleh determinan matriks seperti berikut:

$$(\lambda + \beta) \left(\lambda - \frac{\alpha\gamma}{\gamma + \beta} + \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma + \beta} + \delta + \eta \right) (\lambda + \varepsilon) (\lambda + \gamma) \left(\lambda - \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma + \beta} + \pi \right) = 0$$

- $\lambda_1 + \beta = 0$ karena $\beta > 0$ maka $\lambda_1 < 0$
- $\lambda_2 - \frac{\alpha\gamma}{\gamma + \beta} + \left(\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma + \beta} + \delta + \eta \right) = 0$ diperoleh $\lambda_2 > 0$, agar $\lambda_2 < 0$ maka $\frac{\alpha\gamma}{\gamma + \beta} < \left(\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma + \beta} + \delta + \eta \right)$
- $\lambda_3 + \varepsilon = 0$ karena $\varepsilon > 0$ maka $\lambda_3 < 0$
- $\lambda_4 + \gamma = 0$ karena $\gamma > 0$ maka $\lambda_4 < 0$
- $\lambda_5 - \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma + \beta} + \pi = 0$ diperoleh $\lambda_5 = \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma + \beta} - \pi$, agar $\lambda_5 < 0$ maka $\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma + \beta} < \pi$

Dari persamaan karakteristik diatas dapat diketahui bahwa semua nilai eigen negatif, sehingga titik kesetimbangan E_0 stabil asimtotik dengan syarat $\frac{\alpha\gamma}{\gamma + \beta} < \left(\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma + \beta} + \delta + \eta \right)$ dan $\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma + \beta} < \pi$

π

2) Analisis kestabilan titik kesetimbangan endemik (E_1)

Matriks jacobii disekitar titik kesetimbangan endemik sebagai berikut:

$$J(E_1) = \begin{bmatrix} -d_1 & d_2 & \varepsilon & \gamma & 0 \\ d_3 & d_4 & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \delta & -\varepsilon & 0 & 0 \\ \beta & 0 & 0 & -\gamma & 0 \\ d_5 & d_6 & 0 & 0 & d_7 \end{bmatrix}$$

Dimana:

$$\begin{aligned} d_1 &= \alpha I^* + \alpha C^* + \beta & d_2 &= \eta - \alpha S^* \\ d_3 &= \alpha I^* + \alpha C^* - \rho \alpha I^* - \rho \alpha C^* & d_4 &= \alpha S^*(1 - \rho) - \delta - \eta \\ d_5 &= \rho \alpha (I^* + C^*) & d_6 &= \rho \alpha S^* \\ d_7 &= \rho \alpha S^* - \pi \end{aligned}$$

Untuk menentukan nilai eigen maka berlaku $|\lambda I - J(E_1)| = 0$ dimana I adalah matriks identitas, sehingga diperoleh persamaan karakteristik seperti berikut:

$$a_0 \lambda^5 + a_1 \lambda^4 + a_2 \lambda^3 + a_3 \lambda^2 + a_4 \lambda + a_5 = 0$$

Dimana:

$$\begin{aligned} a_0 &= 1 \\ a_1 &= \varepsilon + \gamma + d_1 - d_4 - d_7 \\ a_2 &= \varepsilon \gamma + d_1 \varepsilon - d_4 \varepsilon - d_7 \varepsilon + d_1 \gamma - d_4 \gamma - d_7 \gamma + d_4 d_7 - d_1 d_4 - d_1 d_7 \\ a_3 &= d_1 \varepsilon \gamma - d_4 \varepsilon \gamma - d_7 \varepsilon \gamma + d_4 d_7 \varepsilon - d_1 d_4 \varepsilon - d_1 d_7 \varepsilon + d_4 d_7 \gamma - \\ & d_1 d_4 \gamma - d_1 d_7 \gamma + d_1 d_4 d_7 \\ a_4 &= d_4 d_7 \varepsilon \gamma - d_1 d_4 \varepsilon \gamma - d_1 d_7 \varepsilon \gamma + d_1 d_4 d_7 \varepsilon + d_1 d_4 d_7 \gamma \\ a_5 &= \varepsilon \gamma d_1 d_4 d_7 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan metode kriteria Routh-hurwitz titik kesetimbangan endemik akan bersifat stabil asimtotik dengan syarat seperti berikut:

$$\begin{aligned} \text{a) } a_1 a_2 &> a_0 a_3 & \text{d) } a_3 &> \frac{a_1^2 a_4 - a_0 a_1 a_5}{a_1 a_2 - a_0 a_3} \\ \text{b) } a_1 a_4 &> a_0 a_5 & \text{e) } \left(a_3 - \frac{a_1^2 a_4 - a_0 a_1 a_5}{a_1 a_2 - a_0 a_3} \right) &> \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1 a_2 - a_0 a_3} > a_5 \\ \text{c) } a_1^2 a_4 &> a_0 a_1 a_5 \\ \text{d) } & & & \end{aligned}$$

d. Simulasi

Simulasi numerik bertujuan untuk memberikan hasil yang lebih jelas terhadap penyebaran penyakit antraknosa pada cabe dengan tindakan preventif dan kuratif. Simulasi dilakukan dengan membentuk trayektori dari kondisi awal yang dimisalkan.

1) Simulasi titik Kesetimbangan Bebas Penyakit (E_0)

Parameter yang akan digunakan seperti tabel berikut:

Tabel 1. Nilai Parameter Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit

Variabel	Nilai
N	1
ρ	0.001
α	0.070
π	0.018
β	0.050
δ	0.005
η	0.001
γ	0.025
ε	0.015

Dari nilai pada Tabel 1 akan dihitung E_0 dan R_0 terlebih dahulu sehingga diperoleh:

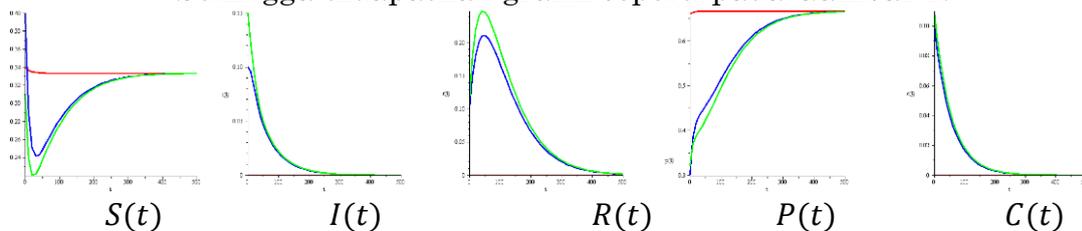
$$E_0 = (0.36; 0; 0; 0.64; 0) \text{ dan } R_0 = 0.0233488003$$

Diperoleh $R_0 < 1$, yang artinya penyakit tidak mewabah. Dalam simulasi titik kesetimbangan bebas penyakit digunakan dua tebakan nilai awal seperti pada Tabel 2.

Tabel 2. Tebakan Nilai Awal Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit

Variabel	Nilai	
	S	0.40
I	0.10	0.15
R	0.10	0.11
P	0.30	0.32
C	0.10	0.11

Sehingga didapatkan grafik seperti pada Gambar 2.



Gambar 2. Trayektori Disekitar Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit

Berdasarkan Gambar 2 kurva merah adalah kurva titik kesetimbangan bebas penyakit dan kurva hijau dan merah nantinya akan menentukan stabil atau tidak stabilnya titik kesetimbangan bebas penyakit dari masing-masing grafik. Dapat diketahui trayektori kurva biru dan hijau bergerak mendekati kurva merah. Dapat disimpulkan bahwa titik kesetimbangan E_0 bersifat stabil asimtotik dimana juga

diperkuat dengan nilai $R_0 < 1$, yang artinya dalam waktu tertentu penyebaran penyakit antraknosa akan menghilang.

2) Simulasi titik kesetimbangan Endemik (E_1)

Parameter yang akan digunakan seperti pada Tabel 3:

Tabel 3. Nilai Parameter Titik Kesetimbangan Endemik (E_1)

Variabel	Nilai
N	1
ρ	0.001
α	0.080
π	0.018
β	0.0010
δ	0.001
η	0.001
γ	0.025
ε	0.005

Dari nilai Tabel 3 akan dihitung $E_1 = (S^*, I^*, R^*, P^*, C^*)$ dan R_0 terlebih dahulu sehingga diperoleh:

$$S^* = 0.02499821441 \quad I^* = 0.8116199036 \quad R^* = 0.1623239807$$

$$P^* = 0.000999928574 \quad C^* = 0.00005797285 \text{ dan}$$

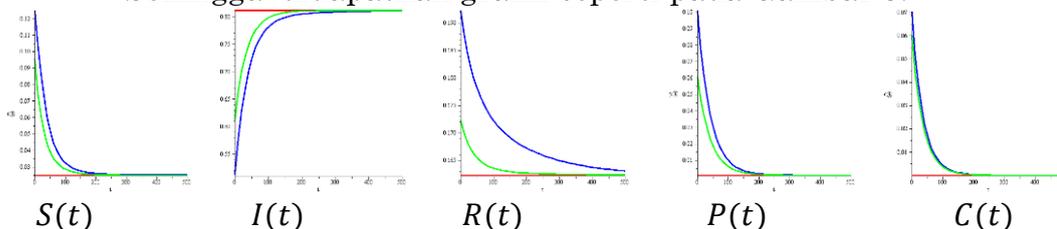
$$R_0 = 1.731002250$$

Diperoleh $R_0 > 1$, yang artinya penyakit akan mewabah. Dalam simulasi titik kesetimbangan bebas penyakit digunakan dua tebakan nilai awal seperti pada Tabel 4.

Tabel 4. Tebakan Nilai Awal Titik Kesetimbangan Endemik

Variabel	Nilai	
S	0.1249982144	0.09499821441
I	0.5116199036	0.6116199036
R	0.1923239807	0.1723239807
P	0.1009999286	0.06099992858
C	0.07005797285	0.06005797285

Sehingga didapatkan grafik seperti pada Gambar 3.



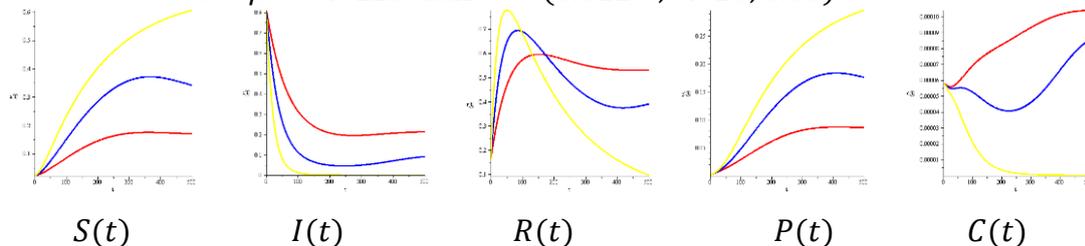
Gambar 3. Trayektori Disekitar Titik Kesetimbangan Endemik (E_1)

Berdasarkan Gambar 3 kurva merah adalah kurva titik kesetimbangan endemik dan kurva hijau dan merah nantinya akan menentukan stabil atau tidak stabilnya titik kesetimbangan endemik dari masing-masing grafik. Dapat diketahui bahwa trayektori kurva biru dan hijau bergerak mendekati kurva merah yang berarti bahwa akan terjadi penyebaran penyakit dalam waktu yang lama. Hal ini juga diperkuat dengan nilai $R_0 > 1$.

3) Simulasi Titik Kesetimbangan Endemik (E_1) dengan Nilai β dan δ Berbeda

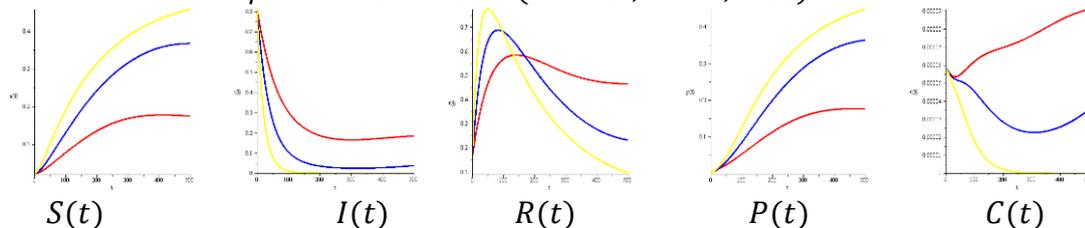
Parameter lain yang akan digunakan dalam simulasi sama dengan Tabel 3, sehingga didapatkan grafik seperti berikut:

a. $\beta = 0.0125$ dan $\delta = (0.0125 ; 0.025; 0.05)$



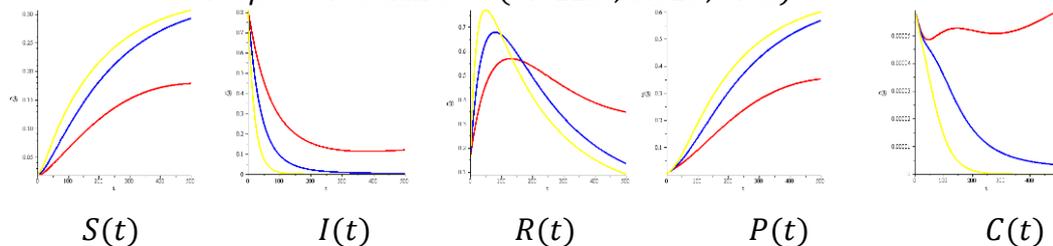
Gambar 4. Trayektori Disekitar Titik Kesetimbangan Endemik dengan $\beta = 0.0125$ dan δ berbeda

b. $\beta = 0.025$ dan $\delta = (0.0125 ; 0.025; 0.05)$



Gambar 5. Trayektori Disekitar Titik Kesetimbangan Endemik dengan $\beta = 0.025$ dan δ berbeda

c. $\beta = 0.05$ dan $\delta = (0.0125 ; 0.025; 0.05)$



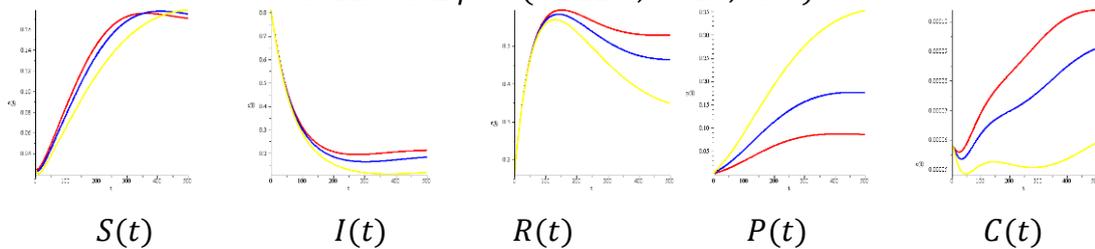
Gambar 6. Trayektori Disekitar Titik Kesetimbangan Endemik dengan $\beta = 0.05$ dan δ berbeda

Berdasarkan Gambar 4,5 dan 6 kurva merah adalah kurva dengan nilai $\delta = 0.0125$, kurva biru dengan $\delta = 0.025$ dan kurva kuning dengan $\delta = 0.05$, dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa ketika δ semakin besar maka individu rentan dan terlindungi semakin meningkat sedangkan individu terinfeksi akan semakin menurun dan individu sembuh berbanding lurus dengan individu terinfeksi, yang artinya apabila individu yang terinfeksi sedikit maka individu yang sembuh juga sedikit. Semakin besar nilai δ akan semakin cepat mengurangi penyebaran individu terinfeksi dan pembawa penyakit.

4) Simulasi Titik Kesetimbangan Endemik (E_1) dengan Nilai δ dan β Berbeda

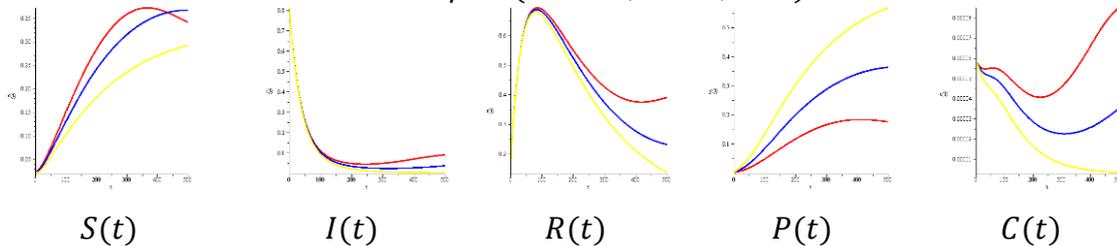
Parameter lain yang akan digunakan dalam simulasi sama dengan Tabel 3, sehingga didapatkan grafik seperti berikut:

a. $\delta = 0.0125$ dan $\beta = (0.0125 ; 0.025; 0.05)$



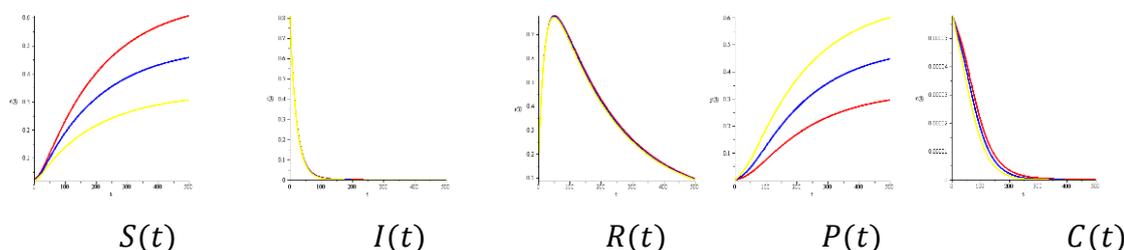
Gambar 7. Trayektori Disekitar Titik Kesetimbangan Endemik dengan $\delta = 0.0125$ dan β berbeda

b. $\delta = 0.0125$ dan $\beta = (0.0125 ; 0.025; 0.05)$



Gambar 8. Trayektori Disekitar Titik Kesetimbangan Endemik dengan $\delta = 0.025$ dan β berbeda

c. $\delta = 0.0125$ dan $\beta = (0.0125 ; 0.025; 0.05)$



Gambar 9. Trayektori Disekitar Titik Kestimbangan Endemik dengan $\delta = 0.05$ dan β berbeda

Berdasarkan Gambar 7,8 dan 9 kurva merah adalah kurva dengan nilai $\beta = 0.0125$, kurva biru dengan $\beta = 0.025$ dan kurva kuning dengan $\beta = 0.05$, dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa pada saat β semakin besar maka individu terlindungi akan semakin meningkat dan individu rentan semakin menurun, sedangkan untuk individu terinfeksi, sembuh dan pembawa penyakit perubahan nilai β tidak terlalu berpengaruh.

3. Interpretasi

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik yang bersifat stabil asimtotik. Hasil simulasi yang dilakukan menyatakan bahwa jika tindakan pengobatan semakin besar maka individu terinfeksi dan carrier akan semakin menurun sedangkan untuk individu sembuh berbanding lurus dengan individu terinfeksi yang artinya apabila individu terinfeksi sedikit maka individu yang sembuh juga sedikit. Dan untuk individu rentan dan terlindungi akan semakin meningkat karena perubahan individu terinfeksi akan mempengaruhi individu rentan dan terlindungi. Sedangkan ketika tindakan pencegahan semakin besar akan menyebabkan individu terlindungi semakin meningkat namun individu rentan dan pembawa penyakit semakin menurun akan tetapi perubahan besarnya tindakan pencegahan tidak terlalu berpengaruh terhadap individu terinfeksi dan sembuh, karena tindakan pencegahan hanya dilakukan pada individu rentan terhadap penyakit.

D. Simpulan

Model matematika penyebaran penyakit antraknosa pada tanaman cabe dengan tindakan preventif dan kuratif diperoleh suatu bentuk sistem persamaan differensial. Dari hasil analisis model diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit yang bersifat stabil asimtotik jika $\frac{\alpha\gamma}{\gamma+\beta} < \left(\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} + \delta + \eta\right)$ dan $\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} < \pi$ serta titik kesetimbangan endemik yang akan bersifat stabil asimtotik jika $a_1a_2 > a_0a_3, a_1a_4 > a_0a_5, a_1^2a_4 > a_0a_1a_5, (a_3 -$

$\frac{a_1^2 a_4 - a_0 a_1 a_5}{a_1 a_2 - a_0 a_3} \left(\frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1 a_2 - a_0 a_3} \right) > a_5$, dan $a_3 > \frac{a_1^2 a_4 - a_0 a_1 a_5}{a_1 a_2 - a_0 a_3}$. Semakin besar tindakan preventif menyebabkan individu terlindungi semakin meningkat dan populasi rentan semakin menurun sedangkan ketika tindakan kuratif semakin besar maka individu terinfeksi dan carrier akan semakin menurun

E. Daftar Pustaka

- Anggriani, N., Arumi, D., Hertini, E., Istifadah, N., & Supriatna, A. (2017). Dynamical analysis of plant disease model with roguing, replanting and preventive treatment. *Proceedings of 4th International Conferenve on Research, Implementation, and Education of Mathematics and Science*. Yogyakarta State University: Faculty of Mathematics And Natural Sciences
- Badan Pusat Statistik. Diakses dari <https://www.bps.go.id>
- Cerkauskas, R. (2004). *AVRDC Fact Sheet Antracnose*. AVRDC-The World Vegetable Centre
- Duriat, A.S., N.Gunaeni., & A.W.Wulandari. (2007). *Penyakit Penting Pada Tanaman Cabai dan Pengendaliannya*. Balai Penelitian Tanaman Sayuran : Bandung
- El-Sayed, A. M. A., Rida, S. Z., & Gaber, Y. A. (2020). Dynamical of curative and preventive treatments in a two-stage plant disease model of fractional order. *Chaos, Solitons & Fractals*, 137, 109879. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.109879>
- Farid, M., & Subekti, N. A. (2012). Tinjauan terhadap produksi, konsumsi, distribusi dan dinamika harga cabe di Indonesia. *Buletin Ilmiah Litbang Perdagangan*, 6(2), 211-234. <https://doi.org/10.3908/bilp.v6i2.132>
- Meilin, A. (2014). Hama dan penyakit pada tanaman cabai serta pengendaliannya
- Nawangsih, A. A., H. P. Imad dan A. Wahyudi. (2001). *Cabai Hot Beauty*. Penebar Swadaya. Jakarta
- Suhardi. (1992). Pengujian Efikasi Derosal 60 WP Terhadap Bercak Daun Cercospora (*Cercospora capsici*) dan Antraknosa (*Colletotrichum spp.*) Pada Tanaman Cabai. Laporan Hasil Penelitian. Perhimpunan Fitopatologi Indonesia Komisariat Daerah Segunung. Cianjur
- Sutarman. (2017). *Dasar-dasar Ilmu Penyakit Tanaman*. Umsida Press
- Syukur, Muhammad. 2013. *Cabai Prospek Bisnis dan Teknologi Mancanegara*. Bogor: Swadaya
- Widowati dan Sutimin. (2013). *Buku Ajar Pemodelan Matematika*. Jurusan Matematika Universitas Diponegoro