

Desain Modul Pembelajaran Mandiri tentang Gerak Parabola pada Bidang Miring dengan Gesekan Udara

S J Shadday¹, N A Wibowo^{2,4}, D N Sudjito^{1,3,5*}

¹Program Studi Pendidikan Fisika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Kristen Satya Wacana, Jl. Diponegoro 52-60 Salatiga.

²Program Studi Fisika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Kristen Satya Wacana, Jl. Diponegoro 52-60 Salatiga.

³Program Studi Sains, Teknologi, dan Matematika (e-SisTeM), Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Kristen Satya Wacana, Jl. Diponegoro 52-60 Salatiga.

⁴Study Center for Multidisciplinary Applied Research and Technology, Universitas Kristen Satya Wacana. Jl. Diponegoro 52-60 Salatiga.

⁵E-mail: deboranatalia@staff.uksw.edu

Abstrak. Pada mata kuliah mekanika khususnya materi gerak parabola, pembelajaran yang diberikan oleh pengajar cenderung hanya pada bidang datar dan tanpa gesekan udara karena keterbatasan perkuliahan tatap muka. Kenyataannya, gerak parabola dipengaruhi gesekan udara dan bisa terjadi pada bidang miring. Tujuan penelitian ini adalah membuat desain modul pembelajaran mandiri tentang gerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara yang dapat digunakan sebagai panduan tugas terstruktur perkuliahan mahasiswa serta menyelidiki efektivitas modul tersebut terhadap pemahaman mahasiswa. Pembuatan modul pembelajaran menggunakan metode ADDIE (*Analyze, Design, Develop, Implement, Evaluate*). Teknik analisa data yang digunakan dalam menentukan efektivitas modul pembelajarannya adalah deskriptif kualitatif. Kriteria keefektifan adalah mendapatkan 70% respon positif pada lembar observasi dan kuesioner. Berdasarkan lembar observasi dan kuesioner, rata-rata persentase lembar observasi adalah 83% dan kuesioner adalah 76%. Jadi, dapat disimpulkan bahwa modul ini efektif digunakan dengan revisi minor berupa perbaikan kalimat penggiring pada bagian kegiatan yang mendapatkan skor kurang dari 70%.

Kata kunci: gerak parabola, bidang miring, gesekan udara, modul pembelajaran.

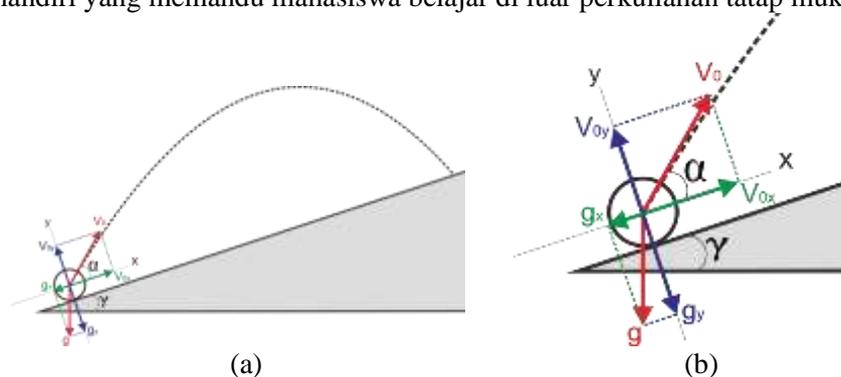
Abstract. On the mechanics course especially on projectile motion material, the learning given by the lecturer tends to be focused on the plane surface without considering the air resistance because of the limited time of the meetings. In fact, the projectile motion is influenced by the air resistance and it can also occur on the inclined surface. The purpose of this study is to design an independent learning module of projectile motion on inclined surface with air resistance which can be used as the structured assignment for undergraduate students. It also aims to investigate the effectiveness of the module toward the students' understanding. The process of making this learning module applies the ADDIE method (*Analyze, Design, Develop, Implement, Evaluate*). The analysis of the data used in determining the effectiveness of the module is qualitative descriptive. The effectiveness criteria are to gain minimum of 70% positive responses on the observation sheet and questionnaires. Based on the result of the observation sheet and questionnaires, the average percentage of the observation sheet is 83% and the average percentage of the questionnaires is 76%. Therefore, it can be concluded that this module is effective to be used with minor revision in guide sentences on the activity parts which gained score less than 70%.

Keywords: projectile motion, inclined surface, air resistance, learning module.

1. Pendahuluan

Pada mata kuliah mekanika, mahasiswa tahun pertama mendapatkan pembelajaran mengenai gerak parabola. Sebagai mahasiswa calon guru fisika, mekanika merupakan mata kuliah wajib yang mendasar dan harus dikuasai [1,2]. Umumnya materi gerak parabola yang diberikan dalam perkuliahan tatap muka cenderung hanya terbatas pada gerak parabola pada bidang datar tanpa gesekan udara dikarenakan waktu yang terbatas. Tentunya hal tersebut membuat pembelajaran gerak parabola kurang komprehensif karena terbatas pada bidang datar saja tanpa gesekan udara. Padahal pada kenyataannya gerak parabola bisa terjadi pada bidang miring dan tidak dapat mengabaikan gesekan udara. Banyak perubahan variabel yang menarik untuk dipelajari jika pengaruh gesekan udara dan kemiringan bidang dipertimbangkan, seperti kecepatan, percepatan, dan bentuk lintasannya. Namun, karena keterbatasan waktu jam tatap muka di kelas, materi gerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara tidak dapat diberikan dan membutuhkan waktu di luar jam tatap muka untuk mempelajari materi tersebut.

Salah satu alternatif solusi yang mungkin dilakukan untuk mengatasi masalah tersebut adalah dengan memberikan tugas terstruktur yang dipandu oleh modul pembelajaran mandiri yang berfungsi sebagai media pembelajaran yang memandu mahasiswa untuk belajar mandiri di luar jam tatap muka³. Modul pembelajaran adalah sarana pembelajaran yang berisi materi, batasan-batasan, dan cara evaluasi yang telah dirancang sistematis untuk mencapai tujuan dari pembelajaran⁴. Penguasaan materi melalui modul pembelajaran memiliki peranan sangat penting sehingga pengajar tidak terlalu banyak memberikan materi dan lebih fokus menjadi fasilitator dalam menyajikan materi⁵. Selain itu, modul pembelajaran akan mengurangi ketergantungan mahasiswa terhadap pengajar, membuat mahasiswa lebih mandiri dalam belajar, dan berguna membangun pola pikir menemukan konsep dari materi yang diajarkan⁵. Dalam pembuatan modul, hal yang perlu diantisipasi adalah perhitungan matematis karena merupakan faktor yang paling sering menghambat mahasiswa dalam mempelajari mekanika⁶. Mahasiswa seringkali kurang mampu menyelesaikan bagian matematis yang sulit, sehingga dalam membuat modul pembelajaran mandiri pengajar perlu menambahkan informasi pada bagian yang susah dipahami⁷. Dalam penelitian ini modul tentang gerak parabola pada bidang datar dengan gesekan udara dibuat. Modul ini merupakan bagian dari penelitian tentang pembuatan modul pembelajaran mandiri mencakup topik gerak parabola untuk jenjang sarjana. Ada empat bagian dari penelitian ini, yaitu modul pembelajaran mandiri tentang (1) gerak parabola pada bidang datar tanpa gesekan udara⁴, (2) gerak parabola pada bidang datar dengan gesekan udara, (3) gerak parabola pada bidang miring tanpa gesekan udara, dan (4) gerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara. Modul penelitian ini adalah bagian yang keempat dari penelitian tersebut. Tujuan penelitian ini adalah membuat desain modul pembelajaran mandiri tentang gerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara yang dapat dikerjakan sebagai tugas terstruktur perkuliahan mahasiswa serta menyelidiki efektivitas modul tersebut terhadap pemahaman mahasiswa. Manfaat dari penelitian ini adalah memperkaya modul mekanika pada perkuliahan jenjang sarjana dan menyediakan media pembelajaran mandiri yang memandu mahasiswa belajar di luar perkuliahan tatap muka.



Gambar 1. (a) Lintasan gerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara
Perbesaran diagram vektor kecepatan dan percepatan dari gambar 1a.

1.1. Dasar Teori

Sketsa gerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara dapat dilihat pada Gambar 1, untuk menentukan resultan gaya pada gerak parabola berlaku Hukum II Newton yaitu $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ (1.1)⁸.

Variabel penting pada gerak parabola di bidang miring dengan gesekan udara adalah gaya-gaya yang bekerja pada gerak tersebut, yaitu gaya gravitasi $\vec{w}=m\cdot\vec{g}$ (1.2) dan gaya gesek udara. Pada dasarnya hambatan udara bergantung pada kecepatannya. Ada dua macam ketergantungan yaitu bersifat linear dan kuadratik. Parameter yang digunakan untuk menentukan apakah menggunakan persamaan linear atau kuadratik adalah bilangan Reynolds (R_e)⁹. Persamaan hambatan udara linier digunakan jika besar bilangan Reynolds $R_e\leq 10^5$ dan persamaan hambatan udara kuadratik digunakan jika bilangan Reynolds $R_e>10^5$. Bilangan Reynolds adalah bilangan tak berdimensi yang bergantung pada rapat massa, viskositas, diameter dan kecepatan¹⁰. Gaya gesek udara kuadratik menggunakan rumus $\vec{f}=b\vec{v}^2$ (1.3) sedangkan gaya gesek udara linier digunakan rumus $\vec{f}=b\vec{v}$ (1.4)¹¹.

Dalam kasus gerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara ini benda diasumsikan ukurannya kecil dan kecepatannya rendah. Ukuran benda yang kecil dan kecepatan yang rendah menyebabkan nilai dari bilangan Reynolds kecil, sehingga persamaan hambatan udara (\vec{f}) yang digunakan adalah persamaan hambatan udara linier. Persamaan koefisien hambatan udara pada gerak parabola di bidang miring dengan jari-jari bola kecil, kepadatan udara (ρ), dan viskositas (η), sehingga nilai b pada fungsi gesekan linier adalah $b=6\pi\eta r$ (1.5)¹¹⁻¹³. Dengan mensubstitusikan persamaan (1.2) dan persamaan (1.4) ke dalam persamaan (1.1), diperoleh resultan gaya pada Gambar 1 adalah $\Sigma\vec{F}=\vec{w}-\vec{f}$ (1.6) atau dapat ditulis menjadi $m\vec{a}=m\vec{g}-b\vec{v}$ (1.7). Dari analisa gaya tersebut, besaran-besaran fisis lainnya dalam gerak parabola di bidang miring dengan gesekan udara dapat diturunkan sehingga diperoleh persamaan:

1.1.1. Vektor percepatan

$$\vec{a} = g_x - \frac{b}{m}v_x\hat{i} + g_y - \frac{b}{m}v_y\hat{j} \quad (1.8)$$

1.1.2. Vektor kecepatan

$$\vec{v} = \left(\frac{mg \sin \gamma}{b} + v_0 \cos \alpha \right) e^{-\frac{b}{m}t} - \frac{mg \sin \gamma}{b} \hat{i} + \left(\frac{mg \cos \gamma}{b} + v_0 \sin \alpha \right) e^{-\frac{b}{m}t} - \frac{mg \cos \gamma}{b} \hat{j} \quad (1.9)$$

1.1.3. Vektor posisi

$$\begin{aligned} \vec{r} = & \left(\frac{m^2 g}{b^2} \sin \gamma + \frac{m}{b} v_0 \cos \alpha \right) \left(1 - e^{-\frac{b}{m}t} \right) - \frac{mgt}{b} \sin \gamma \hat{i} \\ & + \left(\frac{m^2 g}{b^2} \cos \gamma + \frac{m}{b} v_0 \sin \alpha \right) \left(1 - e^{-\frac{b}{m}t} \right) - \frac{mgt}{b} \cos \gamma \hat{j} \end{aligned} \quad (1.10)$$

2. Metode

Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan dengan model ADDIE. ADDIE merupakan kepanjangan dari *Analyze, Design, Develop, Implement, Evaluate*. Model ADDIE digunakan karena model tersebut dikembangkan secara sistematis dan mengacu pada landasan teoritis desain pembelajaran sehingga metode ini sangat sesuai dalam proses pembuatan modul pembelajaran mandiri¹⁴. Tahap *Analyze* adalah tahap dimana permasalahan muncul. Pada mata kuliah mekanika, materi gerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara perlu dipahami oleh mahasiswa. Sementara ada keterbatasan waktu yang menjadi hambatan dalam hal ini, sehingga modul pembelajaran mandiri menjadi salah satu alternatif solusi supaya modul tersebut dapat digunakan sebagai panduan untuk pembelajaran mandiri mahasiswa di luar perkuliahan tatap muka. Tahap *Design* adalah tahap perancangan modul pembelajaran mandiri. Pada tahap ini modul dibuat dengan mengacu pada tujuan pembelajaran yang akan dicapai. Untuk dapat membantu dan menuntun mahasiswa, modul ini dibuat dengan menyediakan kalimat-kalimat penggiring dan informasi penunjang dalam penurunan rumus. Tahap *Development* adalah pengembangan modul dengan cara melakukan uji coba modul

kepada beberapa mahasiswa yang telah mengambil mata kuliah mekanika. Saran dan kritik dari hasil uji coba digunakan untuk merevisi modul hingga layak untuk digunakan. Tahap *Implementation* adalah modul pembelajaran mandiri diaplikasikan pada responden penelitian. Responden penelitian ini adalah tiga mahasiswa Pendidikan Fisika UKSW yang telah mengambil mata kuliah mekanika. Instrumen pengambilan data yang digunakan adalah lembar observasi dan lembar kuesioner. Lembar observasi mendokumentasikan respon responden saat mengerjakan modul, apakah modul dapat diikuti oleh responden dengan baik atau tidak. Lembar kuesioner digunakan untuk mengetahui tanggapan responden terhadap modul pembelajaran mandiri, apakah modul dapat membantu mereka untuk memahami materi gerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara atau tidak. Isi lembar observasi dan lembar kuesioner dapat dilihat pada Tabel 1 dan Tabel 2. Pada prosedur pengambilan data, pertama peneliti merancang modul pembelajaran mandiri, lembar observasi, dan lembar kuesioner. Kemudian modul pembelajaran dibagikan kepada responden untuk dikerjakan secara mandiri. Selama mahasiswa melakukan pembelajaran mandiri, observer akan mengisi lembar observasi. Observer dalam penelitian ini adalah empat mahasiswa tingkat akhir yang telah memahami materi gerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara. Kemudian observer membagikan lembar kuesioner kepada mahasiswa. Tahap terakhir yaitu *Evaluation* adalah langkah analisa data dari instrumen penelitian. Teknik analisa data yang digunakan dalam menentukan efektivitas modul pembelajaran adalah deskriptif kualitatif. Modul praktikum mandiri dinyatakan efektif jika (a) semua responden dapat mengerjakan minimal 70% modul dengan benar, ditunjukkan dari persentase di lembar observasi dan (b) semua responden memberikan minimal 70% respon positif pada kuesioner berupa memberi skor 3 dan 4 pada pernyataan-pernyataan pada lembar kuesioner. Lembar observasi diisi oleh empat observer, jika keempat observer menilai benar maka skornya adalah 100%, jika ada tiga observer yang menilai benar maka skornya 75%, jika ada dua observer yang menilai benar maka skornya 50%, dan jika ada 1 observer yang menilai benar maka skornya 25%. Lembar kuesioner diisi oleh responden, jika responden memberikan *checklist* pada skala 4 maka skornya 100%, jika responden memberikan *checklist* pada skala 3 maka skornya 75%, jika responden memberikan *checklist* pada skala 2 maka skornya 50%, dan jika responden memberikan *checklist* pada skala 1 maka skornya 25%.

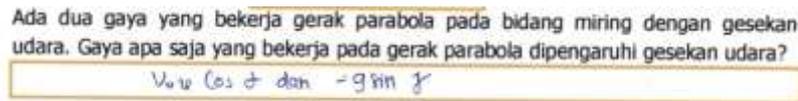
3. Hasil dan Pembahasan

Modul gerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara ini memiliki lima tujuan pembelajaran yaitu: mahasiswa dapat menemukan persamaan : (1) percepatan benda (a_x, a_y) , (2) kecepatan benda (v_x, v_y) , (3) posisi benda (x, y) , (4) waktu saat benda mencapai titik tertinggi, dan (5) waktu saat benda mencapai titik terjauh. Modul ini ditujukan untuk level sarjana. Responden ditugaskan menurunkan persamaan-persamaan fisis gerak secara matematis menggunakan pertanyaan penggiring yang ada di modul.

Modul diawali dengan gambar sebuah benda yang dilemparkan dengan kecepatan awal v_0 dan sudut elevasi α di bidang miring. Pada Gambar 1 disajikan komponen vektor kecepatan (v_{0x}, v_{0y}) dan komponen vektor percepatan (a_x, a_y) yang bekerja pada benda. Selanjutnya responden ditugaskan untuk menemukan persamaan besaran-besaran fisis secara matematis dengan arahan yang dibuat dalam bentuk pertanyaan penggiring.

3.1. Menemukan persamaan percepatan benda yang bergerak parabola di bidang miring dengan gesekan udara.

Di awal bagian ini diinformasikan bahwa pada benda yang bergerak parabola di bidang miring dengan gesekan udara bekerja gaya berat dan gaya gesek udara pada benda. Ada resultan gaya pada benda sehingga Hukum I Newton tidak berlaku dan berlaku Hukum II Newton. Responden ditugaskan untuk menuliskan persamaan resultan gaya berdasarkan persamaan Hukum II Newton. Semua responden dapat menuliskan dengan benar. Kemudian responden ditanya gaya apa saja yang bekerja pada gerak parabola di bidang miring dengan gesekan udara. Dua dari tiga responden dapat menjawab dengan benar, yaitu gaya gesek dan gaya gravitasi atau gaya berat. Satu responden keliru menjawab dengan jawaban yang tidak sesuai berupa persamaan ditunjukkan pada Gambar 2, akan tetapi hal tersebut tidak mempengaruhi langkah selanjutnya karena ada informasi persamaan dari gaya gesek dan gaya gravitasi atau gaya berat.



Gambar 2. Jawaban salah dari responden saat mengerjakan modul di bagian penentuan gaya yang bekerja pada gerak parabola di bidang miring dengan gesekan udara.

Selanjutnya diinformasikan bahwa ada dua jenis gaya gesek yang nilainya tergantung dari kecepatan benda, yaitu gaya gesek udara yang bersifat linier dan kuadratik. Parameter yang digunakan adalah Bilangan Reynolds (R_e)⁹, yaitu bilangan tak berdimensi yang bergantung pada rapat massa, viskositas, diameter, dan kecepatan. Jika $R_e \leq 10^5$, maka persamaan gaya gesek linier yang digunakan yaitu¹¹

$$\vec{f} = b\vec{v} \quad (3.1.1)$$

Jika $R_e > 10^5$, maka persamaan gaya gesek kuadratik yang digunakan yaitu

$$\vec{f} = b\vec{v}^2 \quad (3.1.2)$$

Untuk gerak parabola di bidang miring dengan gesekan udara, benda diasumsikan berukuran kecil dan memiliki kecepatan rendah. Hal ini menyebabkan Bilangan Reynold kecil, sehingga yang digunakan adalah persamaan gaya gesek udara linier. Asumsi berikutnya adalah benda berbentuk bola yang berjari-jari kecil r , kerapatan udara ρ , dan viskositas η sehingga nilai b pada fungsi gaya gesek linier adalah¹¹⁻¹³

$$b = 6\pi\eta r \quad (3.1.3)$$

Setelah mendapatkan penjelasan tentang penggunaan persamaan gaya gesek udara linier, responden ditugaskan menurunkan persamaan umum percepatan menggunakan Hukum II Newton

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} = \vec{w} - \vec{f} \quad (3.1.4)$$

kemudian diperoleh persamaan

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g} - \frac{b}{m}\vec{v} \quad (3.1.5)$$

Semua responden berhasil melakukannya dengan baik. Artinya pertanyaan penggiring yang ada di modul dapat dipahami dan efektif untuk menuntun responden menemukan persamaan umum percepatan.

Persamaan umum percepatan ini digunakan untuk menemukan persamaan komponen vektor percepatan pada sumbu x dan sumbu y . Responden ditugaskan untuk menemukan besar komponen percepatan pada sumbu x berdasarkan gambar, yaitu sebesar

$$g_x = -g \sin \gamma \quad (3.1.6)$$

Dengan mensubstitusikan g_x ke persamaan umum percepatan pada sumbu x

$$\frac{dv_x}{dt} = g_x - \frac{b}{m}v_x \quad (3.1.7)$$

responden ditugaskan untuk menemukan persamaan komponen percepatan pada sumbu x sebesar

$$a_x = -g \sin \gamma - \frac{b}{m}v_x \quad (3.1.8)$$

Semua responden berhasil menurunkan persamaan ini. Hal serupa dilakukan juga untuk komponen vektor percepatan pada sumbu y . Semua responden berhasil menurunkan persamaan hingga diperoleh

$$a_y = -g \cos \gamma - \frac{b}{m}v_y \quad (3.1.9)$$

Di akhir bagian ini, responden ditugaskan untuk menuliskan notasi vektor percepatan

$$\vec{a} = g_x - \frac{b}{m}v_x \hat{i} + g_y - \frac{b}{m}v_y \hat{j} \quad (3.1.10)$$

Semua responden berhasil menuliskannya dengan benar. Berdasarkan hasil observasi pada Tabel 1 poin nomor 3a-3f dan modul, semua responden dapat menurunkan persamaan percepatan dengan

benar. Hal ini berarti pertanyaan penggiring yang ada di modul dapat dipahami dan efektif untuk menuntun responden menemukan persamaan komponen vektor percepatan dan menuliskan notasi vektor percepatan.

3.2. Menemukan persamaan kecepatan benda yang bergerak parabola di bidang miring dengan gesekan udara.

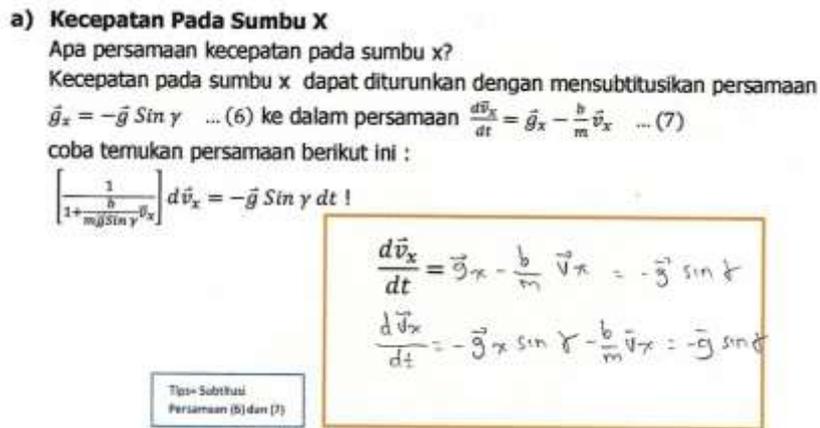
Pada awal bagian ini dijelaskan bahwa kecepatan diperoleh dari turunan percepatan. Kecepatan yang dicari adalah kecepatan pada sumbu x dan y , sehingga perlu menggunakan persamaan percepatan pada sumbu x dan y . Kecepatan pada sumbu x diperoleh dengan mensubstitusikan percepatan gravitasi yang bekerja pada sumbu x , yaitu

$$g_x = -g \sin \gamma \tag{3.2.1}$$

ke dalam persamaan percepatan pada sumbu x , yaitu

$$\frac{dv_x}{dt} = g_x - \frac{b}{m} v_x \tag{3.2.2}$$

Setelah mendapatkan penjelasan tersebut, responden ditugaskan untuk mengerjakan substitusinya. Dua dari tiga responden dapat mengerjakan dengan baik. Ada satu responden salah dalam mensubstitusikan. Pada Gambar 2, sudah tampak terdapat tips pada modul memberikan informasi untuk mensubstitusikan. Responden diminta memasukkan persamaan (6) ke dalam persamaan (7), tetapi persamaan tersebut tidak disubstitusikan.



Gambar 3. Jawaban salah dari responden saat mensubstitusikan persamaan percepatan ke persamaan kecepatan pada sumbu x

Walaupun pada langkah hasil substitusi salah namun sebenarnya pada modul sudah diberikan hasil akhir dan permisalan dalam mencari persamaan kecepatan pada sumbu x . Responden tersebut tidak dapat menemukan persamaan kecepatan pada sumbu x karena tidak dapat menyederhanakan persamaan ln menjadi eksponensial dan tidak dapat mensubstitusikan persamaan, yaitu

$$v_{ix} = \left(\frac{mg \sin \gamma}{b} + v_0 \cos \alpha \right) e^{-\frac{b}{m}t} - \frac{mg \sin \gamma}{b} \tag{3.2.3}$$

Langkah selanjutnya adalah mencari persamaan kecepatan pada sumbu y dengan langkah yang sama ketika mencari kecepatan pada sumbu x , yaitu

$$v_{iy} = \left(\frac{mg \cos \gamma}{b} + v_0 \sin \alpha \right) e^{-\frac{b}{m}t} - \frac{mg \cos \gamma}{b} \tag{3.2.4}$$

Sampai pada langkah mencari kecepatan, salah satu responden tidak bisa mengerjakan dengan benar karena salah dalam mensubstitusikan dan menggunakan integral, akan tetapi hal ini tidak mempengaruhi langkah selanjutnya karena pada modul sudah disediakan hasil akhir kecepatan pada sumbu x dan y . Pada modul, informasi substitusi dan integral sudah jelas, sehingga responden yang tidak menguasai substitusi dan integral tidak dapat menyelesaikan bagian ini.

Pada tiga langkah selanjutnya dalam menjawab tujuan kedua dari modul ini, semua mahasiswa dapat menuliskan notasi vektor kecepatan, besar vektor kecepatan dan besar sudut α . Jika semua responden dapat mensubstitusikan persamaan pada awal bagian ini dengan benar, menggunakan asumsi yang diinformasikan dan menggunakan integral dengan benar maka langkah ini dapat diselesaikan dengan baik. Berdasarkan hasil observasi pada Tabel 1 poin nomor 4a-4f dan modul, dua dari tiga responden dapat menurunkan persamaan percepatan dengan benar. Hal ini berarti pertanyaan penggiring yang ada di modul dapat dipahami dan efektif untuk menuntun responden menemukan persamaan komponen vektor kecepatan, menuliskan notasi vektor kecepatan, besar vektor kecepatan dan besar sudut α .

3.3. Menemukan persamaan posisi benda yang bergerak parabola di bidang miring dengan gesekan udara.

Pada bagian ini diberikan informasi bahwa posisi diperoleh dari persamaan kecepatan. Langkah pertama yang harus dikerjakan responden adalah mencari posisi pada sumbu x dengan mensubstitusikan persamaan kecepatan pada sumbu x , yaitu

$$v_{ix} = \left(\frac{mg \sin \gamma}{b} + v_0 \cos \alpha \right) e^{-\frac{b}{m}t} - \frac{mg \sin \gamma}{b} \quad (3.3.1)$$

ke dalam persamaan umum ⁸

$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad (3.3.2)$$

Selanjutnya informasi yang diberikan pada modul dalam menemukan solusi posisi pada sumbu x adalah mengintegrasikan persamaan hasil substitusi dengan batas dx dari x_0 sampai x dan batas dt dari t_0 sampai t . Dua dari tiga responden menggunakan $x_0=0$ supaya menemukan koordinat x (x_0 adalah titik awal benda sebelum bergerak). Salah satu responden tidak dapat menyelesaikan langkah pertama pada tujuan yaitu mencari koordinat x dengan tepat seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4 karena tidak dapat menggunakan integral dengan benar sehingga berdampak pada langkah-langkah selanjutnya saat mencari koordinat y . Pada Gambar 4, responden juga diminta mencari koordinat sumbu y menggunakan langkah yang sama pada sumbu x , akan tetapi karena pada langkah mencari koordinat sumbu x telah salah dalam penggunaan integral, maka berdampak pada langkah ini. Modul telah memberikan informasi terkait integral dari eksponensial, akan tetapi responden tidak menggunakannya. Menggunakan langkah yang sama, responden mencari posisi y , yaitu

$$y = \left(\frac{m^2 g}{b^2} \cos \gamma + \frac{m}{b} v_0 \sin \alpha \right) \left(1 - e^{-\frac{b}{m}t} \right) - \frac{mgt}{b} \cos \gamma \quad (3.3.3)$$

dengan langkah yang sama seperti mencari posisi x . Satu responden tidak dapat menemukan persamaan posisi y , akan tetapi tidak mempengaruhi langkah terakhir untuk menuliskan notasi vektor posisi karena telah difokan hasil akhir persamaan posisi sumbu x dan y . Pada modul, informasi substitusi dan integral sudah jelas, sehingga responden yang tidak menguasai substitusi dan integral tidak dapat menyelesaikan bagian ini. Hal ini hanya terjadi pada satu responden yang kurang menguasai integral, sedangkan dua responden lainnya yang menguasai integral dapat mengerjakan langkah ini dengan benar. Pada Tabel 1 poin nomor 5a-5d menunjukkan bahwa modul dapat dikerjakan dengan baik dan efektif karena dua dari tiga responden dapat mengerjakan dengan baik.

$$\begin{aligned}
 x |_{x_0}^x &= \int_0^t \left(\frac{mg}{b} \sin t + \bar{v}_{0x} \right) e^{-\frac{b}{m}t} dt - \int_0^t \frac{mg}{b} \sin t dt \Big|_{x_0}^x dx \\
 &= \left(\frac{mg}{b} \sin t + \bar{v}_{0x} \right) e^{-\frac{b}{m}t} dt \Big|_0^t - \frac{mg}{b} \sin t dt \Big|_0^t \Big|_{x_0}^x dx \\
 x &= \left(\frac{m^2 g}{b^2} \sin t + \frac{m}{b} \bar{v}_0 \cos \alpha \right) \left(1 - e^{-\frac{b}{m}t} \right) - \frac{mg}{b} \sin t
 \end{aligned}$$

Tipe belah ketupat konstan dari dalam integral, kemulian integrasikan

$$x = \left(\frac{m^2 g}{b^2} \sin \gamma + \frac{m}{b} \bar{v}_0 \cos \alpha \right) \left(1 - e^{-\frac{b}{m}t} \right) - \frac{mg}{b} \sin \gamma \quad \dots (22)$$

b) Koordinat Pada Sumbu Y
 Apa persamaan posisi sumbu y?
 Dengan langkah yang sama dengan mencari koordinat pada sumbu x, carilah koordinat

$$y = \left(\frac{m^2 g}{b^2} \cos \gamma + \frac{m}{b} \bar{v}_0 \sin \alpha \right) \left(1 - e^{-\frac{b}{m}t} \right) - \frac{mg}{b} \cos \gamma$$

$$\begin{aligned}
 \int_0^y dy &= \int_0^t \frac{m\bar{v}_y}{b} \cos t + \bar{v}_{0y} e^{-\frac{b}{m}t} dt - \int_0^t \frac{m\bar{v}_y}{b} \cos t dt \\
 y \Big|_{y_0}^y &= \int_0^t \left(\frac{m\bar{v}_y}{b} \cos t + \bar{v}_{0y} \right) e^{-\frac{b}{m}t} dt - \int_0^t \frac{m\bar{v}_y}{b} \cos t dt \Big|_{y_0}^y dy \\
 &= \left(\frac{m\bar{v}_y}{b} \cos t + \bar{v}_{0y} \right) e^{-\frac{b}{m}t} dt \Big|_0^t - \frac{m\bar{v}_y}{b} \cos t dt \Big|_{y_0}^y dy \\
 y &= \left(\frac{m^2 g}{b^2} \cos \gamma + \frac{m}{b} \bar{v}_0 \sin \alpha \right) \left(1 - e^{-\frac{b}{m}t} \right) - \frac{mg}{b} \cos \gamma
 \end{aligned}$$

Tipe konstan persamaan (23)

$$y = \left(\frac{m^2 g}{b^2} \cos \gamma + \frac{m}{b} \bar{v}_0 \sin \alpha \right) \left(1 - e^{-\frac{b}{m}t} \right) - \frac{mg}{b} \cos \gamma \quad \dots (23)$$

Gambar 4. Jawaban salah responden yang kurang menguasai integral.

3.4. Menemukan persamaan waktu benda yang bergerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara di titik tertinggi.

Pada bagian ini dijelaskan bahwa persamaan waktu tertinggi dapat ditemukan dari persamaan $v_{ty}=0$ (3.4.1) dengan mensubstitusikan persamaan

$$v_{ty} = \left(\frac{mg \cos \gamma}{b} + v_0 \sin \alpha \right) e^{-\frac{b}{m}t} - \frac{mg \cos \gamma}{b} \quad (3.4.2)$$

Pada modul perintah sudah diberikan tips bahwa langkah pertama adalah memindahkan ruas e pada ruas tersendiri kemudian menyederhanakan eksponensial menggunakan \ln hingga didapatkan persamaan

$$t_t = \frac{m}{b} \left[\ln b \left(\frac{mg \cos \gamma}{b} + v_0 \sin \alpha \right) - \ln mg \cos \gamma \right] \quad (3.4.3)$$

Tipe-pindahkan persamaan $a \cdot e^{\frac{b}{m}t}$ pada ruas terendah, gunakan ln untuk memisalkan t

$$v_{ly}=0 \quad 0 = \left(\frac{mg \cos \gamma}{b} + \vec{v}_0 \sin \alpha \right) e^{-\frac{b}{m}t} - \frac{mg \cos \gamma}{b}$$

$$0 = \left(\frac{mg \cos \gamma}{b} + \vec{v}_0 \sin \alpha \right) e^{-\frac{b}{m}t} - \frac{mg \cos \gamma}{b}$$

$$0 = e^{-\frac{b}{m}t} \left(\frac{mg \cos \gamma}{b} + \vec{v}_0 \sin \alpha \right) - \frac{mg \cos \gamma}{b}$$

$$0 = \ln e^{-\frac{b}{m}t} \left(\frac{mg \cos \gamma}{b} + \vec{v}_0 \sin \alpha \right) - \ln \frac{mg \cos \gamma}{b}$$

$$0 = -\frac{b}{m}t \left(\frac{mg \cos \gamma}{b} + \vec{v}_0 \sin \alpha \right) - \ln \frac{mg \cos \gamma}{b}$$

$$\frac{1}{m} = \frac{b}{m} \left[\ln b \left(\frac{mg \cos \gamma}{b} + \vec{v}_0 \sin \alpha \right) - \ln \frac{mg \cos \gamma}{b} \right]$$

$$\frac{1}{b} = \frac{m}{b} \left[\ln b \left(\frac{mg \cos \gamma}{b} + \vec{v}_0 \sin \alpha \right) - \ln \frac{mg \cos \gamma}{b} \right]$$

$$t_t = \frac{m}{b} \left[\ln b \left(\frac{mg \cos \gamma}{b} + \vec{v}_0 \sin \alpha \right) - \ln \frac{mg \cos \gamma}{b} \right] \quad \dots (26)$$

Gambar 5. Jawaban salah responden yang tidak menguasai penyederhanaan persamaan menggunakan ln

Satu dari tiga responden menjawab dengan tepat. Gambar 5 adalah salah satu contoh modul yang dikerjakan responden salah dalam memindahkan ruas persamaan e dan tidak bisa menyederhanakan persamaan eksponen menggunakan ln sesuai rumus yang sudah dicantumkan pada modul. Pada modul, informasi cara menyederhanakan dan penggunaan eksponensial sudah jelas, sehingga responden yang tidak cermat dalam memindahkan ruas persamaan tidak dapat menyelesaikan dengan tepat. Tabel 1 poin nomor 6a dan 6b menunjukkan modul kurang efektif, namun ada satu responden yang dapat mengerjakan dengan baik. Jadi pada bagian ini perlu ditambahkan kalimat penggiring atau tips dalam mengerjakan.

3.5. Menemukan persamaan waktu benda yang bergerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara di titik terjauh.

Pada bagian ini dijelaskan bahwa persamaan waktu terjauh dapat ditemukan dari persamaan $y=0$ (3.5.1). Dengan mensubstitusikan

$$y = \left(\frac{m^2 g}{b^2} \cos \gamma + \frac{m}{b} v_0 \sin \alpha \right) \left(1 - e^{-\frac{b}{m}t} \right) - \frac{mgt}{b} \cos \gamma \quad (3.5.2)$$

pada $y=0$ (3.5.3), responden dapat menemukan persamaan waktu terjauh. Pada persamaan yang memiliki variabel t adalah persamaan yang dapat disederhanakan menggunakan deret Mac Laurin^{15,16}, sehingga pada modul dijelaskan proses penyederhanaan persamaan tersebut. Langkah selanjutnya setelah memahami deret Mac Laurin adalah mencari persamaan

$$t_j = \frac{v_0 \sin \alpha}{\left(\frac{g \cos \gamma}{2} + \frac{b}{2m} v_0 \sin \alpha \right)} \quad (3.5.4)$$

Ada dua bagian penting pada proses mencari persamaan waktu titik terjauh, yaitu menyederhanakan persamaan menggunakan perkalian sederhana dan menemukan persamaan waktu titik terjauh dengan permisalan. Dua dari tiga responden kurang cermat dalam melakukan perkalian sederhana tetapi dapat melanjutkan dengan baik hingga menemukan persamaan waktu titik terjauh dengan tepat menggunakan bantuan yang ada pada modul. Gambar 6 merupakan salah satu contoh responden yang tidak dapat menyederhanakan persamaan terbukti pada penurunan rumus tidak sesuai dengan aturan matematis. Pada modul informasi deret Mac Laurin dan permisalan sudah jelas, sehingga responden perlu mengerjakan dengan cermat dengan memperhatikan tips yang ada pada modul.

$$0 = \left(\frac{m^2 g}{b^2} \cos \gamma + \frac{m}{b} \vec{v}_0 \sin \alpha \right) \left(\frac{b}{m} t - \frac{b^2 t^2}{2} \right) - \left(\frac{m g t}{b} \cos \gamma \right)$$

$$a = \left(\frac{m^2 g}{b^2} \cos \gamma + \frac{m}{b} \vec{v}_0 \sin \alpha \right) \left(\frac{b}{m} t - \frac{b^2 t^2}{2} \right) - \left(\frac{m g t}{b} \cos \gamma \right)$$

$$a = \left(\frac{m g}{b} \cos \gamma + \vec{v}_0 \sin \alpha \right) \left(t - \frac{b t^2}{2} \right) - \left(g \cos \gamma \right)$$

$$0 = \left(\vec{v}_0 \sin \alpha t - \left(\frac{g \cos \gamma}{2} + \vec{v}_0 \sin \alpha \frac{b}{2m} \right) t^2 \right)$$

$$0 = t \left(\vec{v}_0 \sin \alpha - \left(\frac{g \cos \gamma}{2} + \vec{v}_0 \sin \alpha \frac{b}{2m} \right) t \right)$$

Gambar 6. Jawaban salah responden yang tidak dapat menyederhanakan persamaan menggunakan perkalian.

Pada Tabel 1 disajikan hasil dari lembar observasi yang diisi oleh para observer. Secara umum, modul ini dapat dikerjakan oleh para responden dengan baik. Hanya di beberapa bagian saja yang didapati responden mengalami kesulitan dalam menyederhanakan persamaan dan menggunakan persamaan integral. Hal ini tampak dari Tabel 1 pada poin nomor 5a, 6a, dan 6b yang dinilai kurang (<70%) oleh observer karena responden kurang tepat dalam mengerjakan modul. Pada Tabel 1, hanya responden 3 yang mendapat persentase rata-rata mendekati 70% karena beberapa kesalahan matematika dasar yang ia lakukan dalam penurunan dan penyederhanaan persamaan. Artinya, masalahnya bukan pada modulnya tetapi pada kemampuan dasar mahasiswa tersebut yang masih perlu diperbaiki. Dua responden lain yang memiliki kemampuan dasar matematis yang baik dapat mengerjakan modul dengan benar. Hal ini juga tampak dari persentase di lembar observasi yang rata-ratanya mencapai lebih dari 70%. Jadi berdasarkan lembar observasi, modul pembelajaran mandiri gerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara efektif untuk digunakan dan membantu mahasiswa memahami materi. Pada Tabel 2 dengan melihat kriteria, dapat disimpulkan bahwa modul ini sudah cukup baik karena hasil persentase rata-rata kuesioner 76%. Namun pada Tabel 2 poin nomor 3, 4, dan 6 tampak bahwa modul perlu diperbaiki pada pemberian informasi dan penggunaan kalimat supaya modul lebih jelas dan tidak membosankan.

Tabel 1. Persentase rata-rata dari hasil observasi oleh keempat observer.

No	Kegiatan	Responden		
		1	2	3
1	Responden mengikuti langkah-langkah sesuai dengan modul.	100%	100%	100%
2	Responden tidak bertanya kepada observer mengenai isi dan kejelasan modul.	100%	100%	100%
3	Responden dapat menemukan persamaan percepatan pada gerak parabola di bidang miring.			
	a. Menyebutkan Hk. Newton II	100%	100%	100%
	b. Menyebutkan Gaya yang bekerja	100%	0%	100%
	c. Menemukan Persamaan Umum Percepatan	100%	100%	100%
	d. Menemukan percepatan pada sumbu x	100%	100%	100%
	e. Menemukan percepatan pada sumbu y	100%	100%	100%
	f. Menuliskan vektor percepatan	100%	100%	100%
4	Responden dapat menemukan persamaan kecepatan pada sumbu x dan y.			
	a. Menggunakan permisalan dan mengintegalkan dengan cara yang benar	100%	100%	25%
	b. Menemukan kecepatan pada sumbu x	75%	100%	0%
	c. Menggunakan cara yang sama seperti pada mencari kecepatan pada sumbu x untuk mencari kecepatan pada sumbu y	100%	100%	0%
	d. Menuliskan vektor kecepatan	100%	100%	100%
	e. Menuliskan besar vector kecepatan	100%	100%	100%
	f. Menuliskan besar sudut α	100%	25%	100%
5	Responden dapat menemukan koordinat (x,y).			
	a. Mengintegalkan dengan cara yang benar	100%	25%	25%
	b. Menemukan koordinat x	100%	100%	25%
	c. Menemukan koordinat y	100%	100%	25%

	d. Menuliskan notasi vektor posisi	100%	100%	100%
6	Responden dapat menemukan persamaan waktu benda yang bergerak parabola pada bidang miring di titik tertinggi .			
	a. Menyederhanakan eksponensial dengan benar	25%	100%	25%
	b. Menemukan waktu titik tertinggi	25%	100%	25%
7	Responden dapat menemukan persamaan waktu benda yang bergerak parabola pada bidang miring di titik terjauh .			
	a. Menggunakan perkalian sederhana dengan benar	100%	100%	25%
	b. Menemukan persamaan titik terjauh	100%	100%	100%
8	Responden menjawab 70% pertanyaan-pertanyaan latihan soal dengan benar	100%	100%	100%
	Nilai Rata-rata Responden	92%	89%	68%
	Nilai Rata-rata Observasi		83%	

Tabel 2. Persentase hasil lembar kuesioner yang diisi oleh responden

No	Pertanyaan	Responden			Rata-rata
		1	2	3	
1	Apakah anda tidak mengalami kesulitan dalam menurunkan persamaan pada modul gerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara?	75%	75%	75%	75%
2	Apakah jenis huruf, gambar dan warna dalam modul pembelajaran mandiri gerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara mudah dibaca ?	100%	75%	75%	83%
3	Apakah modul pembelajaran mandiri gerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara memberikan informasi yang jelas tentang apa yang harus dilakukan?	75%	75%	50%	67%
4	Apakah penggunaan kalimat modul pembelajaran mandiri gerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara seederhana dan mudah dipahami ?	100%	75%	25%	67%
5	Apakah langkah-langkah dan penjelasan dari modul pembelajaran mandiri dapat membuat anda paham mengenai materi gerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara?	100%	75%	75%	83%
6	Apakah materi yang dijelaskan dalam modul pembelajaran mandiri tidak membosankan ?	75%	75%	50%	67%
7	Apakah anda antusias dalam belajar menggunakan modul pembelajaran mandiri gerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara?	100%	75%	75%	83%
8	Apakah belajar mandiri menggunakan modul pembelajaran mandiri membantu anda dalam memahami materi gerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara	100%	75%	75%	83%
	Nilai Rata-rata Kuesioner				76%

4. Simpulan

Penelitian ini telah menghasilkan sebuah modul pembelajaran mandiri tentang gerak parabola pada bidang miring dengan gesekan udara yang dapat menjadi tugas terstruktur perkuliahan mahasiswa. Berdasarkan lembar observasi dan kuesioner, rata-rata persentase lembar observasi adalah 83% dan kuesioner adalah 76%. Jadi, dapat disimpulkan bahwa modul ini efektif digunakan sebagai panduan belajar mandiri bagi mahasiswa dengan revisi minor berupa perbaikan kalimat penggiring pada bagian kegiatan yang mendapatkan skor kurang dari 70%. Untuk penelitian selanjutnya, modul dapat digunakan dengan revisi, dikembangkan dengan simulasi, dan perhitungan persamaan gerak parabola dilakukan dengan hambatan kuadratik.

Daftar Pustaka

- [1] Fitri F 2016 *Jurnal Pendidikan Fisika Univ. Muhammadiyah Metro* **IV No.1** p 26
- [2] Fitri F 2016 *Jurnal Inovasi Dan Pembelajaran Fisika* **3 No. 1** p 1
- [3] Rosa F O 2015 *Jurnal Pendidikan Fisika Universitas Muhammadiyah Metro* **III No.1** p 49

- [4] Karanggulimu L, Sudjito D N, and Noviandini D 2017 *Seminar Nasional Pendidikan Sains Dan Teknologi UMS* 216 (n.d.).
- [5] Murniati and Yusup M 2015 *Jurnal Inovasi Dan Pembelajaran Fisika* **2 No.5** p 155
- [6] Lefudin 2018 *Jurnal Inovasi dan Pembelajaran Fisika* **5 No.1** p 96
- [7] Karim S dan Saepuzaman D 2016 *Prosiding Seminar Nasional Fisika SNF2016 V* p 51
- [8] Hallyday D, Resnick R and Walker J 2010 *Fundamentals of Physics*, 7th Edition (Wiley)
- [9] Owen J and Ryu W S 2005 *European Journal Physic of Eur. J. Phys.* **26** p 1085
- [10] Pramitasari P 2013 *Universitas Jember* p 1-92
- [11] Henelsmith N 2016 *Whitman Collage* p 1-39
- [12] La Rocca P and Riggi F 2009 *Physic Education* **44** p 398
- [13] Symon K R 1971 *Mechanics* Third Edition (Addison-Wesley)
- [14] Tegeh I M dan Kirna I M 2013 *Jurnal IKA Universitas Pendidikan Ganesha* **11 No.1** p 12
- [15] Krantz S G 2010 *Calculus DeMYSTiFieD* Second Edition 2nd Edition Kindle Edition (MGH)
- [16] Boas M L 1983 *Mathematical Methods in the Physical Sciences* (Wiley)